

数 学

200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 00 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は **1** ～ **4** の 4 問である。
3. 受験者はすべての問題に解答すること。
4. 解答用紙は 4 枚ある。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入すること。
5. 解答開始の合図があった後、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入すること。
6. 落丁、乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合は、手を挙げて申し出ること。
7. 問題冊子の余白などは適宜利用して良い。
8. 検査終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 x を変数とする 3 次関数

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + 8a$$

を考え、曲線 $y = f(x)$ を $C(a)$ とするとき、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数で $a > 0$ とする。

- (1) $f(x)$ の増減表を書け。
- (2) 曲線 $C(1)$ を描け。
- (3) $C(a)$ が x 軸とただ 1 点で交わるための a の範囲を求めよ。
- (4) a が (3) で求めた範囲にあるとき、 $C(a)$ と x 軸との交点の x 座標は $-\sqrt{2}$ より大きく、 0 より小さいことを示せ。

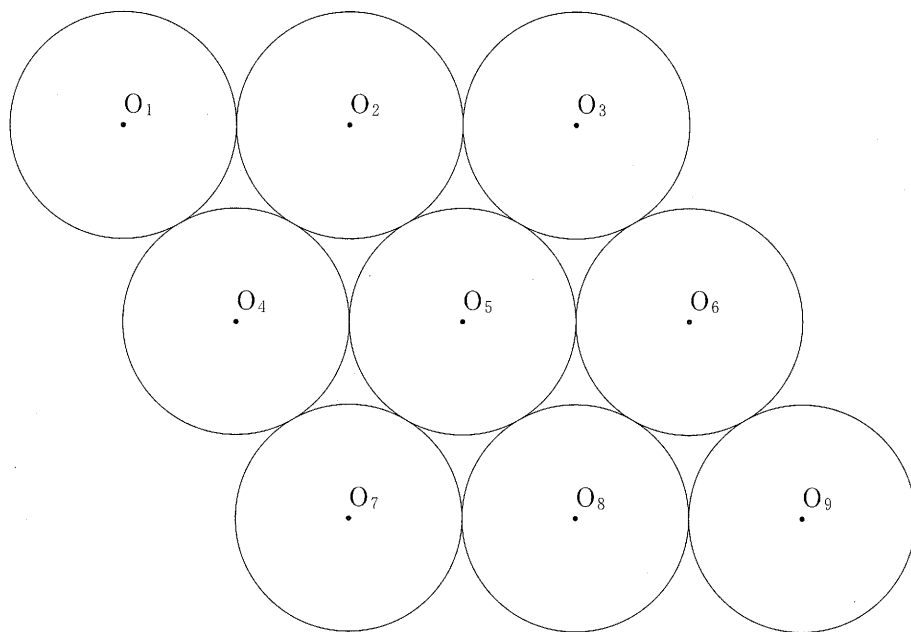
2

1 から 180 までの整数のうち、初項が 5、公差が 4 の等差数列にあらわれる数の集合を A 、初項が 1、公差が 6 の等差数列にあらわれる数の集合を B とする。次の問いに答えよ。

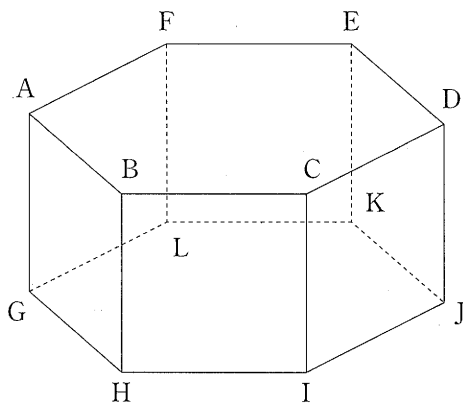
- (1) A に属するすべての数の和を求めよ。
- (2) 共通部分 $A \cap B$ に属する要素の個数を求めよ。
- (3) 和集合 $A \cup B$ に属するすべての数の和を求めよ。

- 3 直径1の9つの円 $O_1, \dots, O_9$ が図のように接して並んでいる。動点 P が円 O_1 の周上を動き、点 Q が以下の(1)から(4)の状態にあるとき、それぞれについて P と Q の距離の最大値および最小値を求めよ。

- (1) 点 Q は円 O_5 の周上を動く。
- (2) 点 Q は円 O_9 の周上を動く。
- (3) 点 Q は円 O_8 の周上を動く。
- (4) 点 Q は円 O_6 と円 O_9 の接点である。



- 4 空間に図のような六角柱 ABCDEF-GHIJKL がある。この六角柱の底面は共に正六角形であり、6つの側面はすべて正方形である。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AG} = \vec{c}$ として、以下の問いに答えよ。



- (1) $\overrightarrow{AC}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ で表せ。
- (2) 線分 CG を $t:1-t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を R とするとき、 $\overrightarrow{AR}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, t で表せ。
- (3) 実数 x, y が存在して $\overrightarrow{BQ} = x\overrightarrow{BD} + y\overrightarrow{BI}$ となるとき、点 Q はどのような図形の上にあるか答えよ。また、このとき $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, x , y で表せ。
- (4) 点 P を (3) の図形と線分 CG との共有点とする。 $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ。