

# 数 学

200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 00 分 ( 90 分 )

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は、，，， の 4 問である。
3. 解答用紙は 4 枚ある。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入すること。ただし、 については選択した問題記号(アまたはイ)を解答用紙の  の中に書き入れること。また、 については選択した問題記号(カまたはキ)を解答用紙の  の中に書き入れること。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入すること。
5. 落丁、乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合は、手を挙げて申し出ること。
6. 問題冊子の余白などは適宜利用してよい。
7. 検査終了後、問題冊子は持ち帰ること。

**1**  $a$  を実数とし、関数  $f(x) = x^2 - 2ax + (2a + 1)(a - 1)$  の最小値を  $m$  とする。方程式  $f(x) = 0$  が異なる 2 つの実数解  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) をもつとき、次の問いに答えよ。

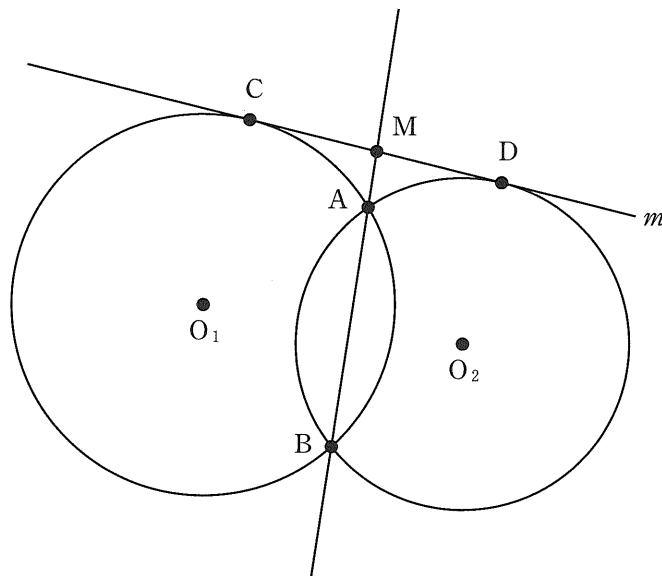
(1)  $m$  を  $a$  で表せ。

(2)  $\alpha, \beta$  が  $\alpha < 1 < \beta$  を満たすとき、 $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(3)  $a$  が (2) で求めた範囲を動くとき、 $m$  のとりうる値の範囲を求めよ。

- 2 図のように、中心が  $O_1$ ,  $O_2$  である 2 つの円が 2 点  $A$ ,  $B$  で交わっている。直線  $m$  を 2 つの円の共通接線、接点を  $C$ ,  $D$  とし、直線  $AB$  と直線  $m$  の交点を  $M$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $M$  は線分  $CD$  の中点であることを示せ。
- (2)  $\angle CMA$  が直角であるとき、2 つの円の半径は等しいことを示せ。



3 次の2題ア, イのうちから1題を選択し, 解答用紙の□の中に選択した問題記号(アまたはイ)を記入し, 解答せよ。

ア ある等差数列の第 $n$ 項を $a_n$ とすると,

$$a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} = 365, \quad a_{15} + a_{17} + a_{19} = -6$$

が成立している。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) この等差数列の初項と公差を求めよ。
- (2) この等差数列の初項から第 $n$ 項までの和を $S_n$ とすると,  $S_n$ の最大値を求めよ。

イ 座標空間内に, 3点 $A(1, 2, 3)$ ,  $B(7, -1, 9)$ および

$P(4t-6, t+1, t+5)$ がある。ただし,  $t$ は実数である。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1)  $PH \perp AB$ となるように, 直線 $AB$ 上に点 $H$ をとる。点 $H$ の座標を $t$ で表せ。
- (2)  $\triangle PAB$ の面積が最小となるような $t$ の値を求めよ。

4 次の2題 **力**, **キ** のうちから1題を選択し, 解答用紙の ☐ の中に選択した問題記号(力またはキ)を記入し, 解答せよ。ただし, **キ** は数学Ⅲの範囲の知識を要する問題である。

**力** 曲線  $y = f(x)$  は2点  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$  を通っている。曲線  $y = f(x)$  上の各点  $(x, y)$  における接線の傾きが  $3x^2 - 12x + a$  で表されるとき, 次の問いに答えよ。ただし,  $a$  は定数とする。

- (1) 定数  $a$  の値と関数  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $b$  を実数とすると, 方程式  $f(x) = b$  の相異なる実数解の個数を求めよ。
- (3)  $x$  軸と曲線  $y = f(x)$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

**キ** 関数  $f(x) = e^x + 4e^{-2x}$  について, 次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸,  $y$  軸, および直線  $x = 2 \log 2$  で囲まれた図形の面積を求めよ。
- (2) 関数  $f(x)$  の最小値を求めよ。