

数 学

300 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は、**1** ～ **5** の 5 問である。
3. 解答用紙は、**1** ～ **5** の 5 枚である。
4. 受験者は、すべての問題に解答すること。
5. 解答開始の合図があった後に、解答用紙のすべてに、本学の受験番号を必ず記入すること。
6. 各解答用紙は、紙面の中央に印刷された縦線によって、左側と右側の二つの部分に分けられている。解答は、まず用紙の左側の部分に書き、それから右側の部分に続けること。
7. 落丁、乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合には、手を挙げて申し出ること。
8. 問題冊子の余白などは適宜利用してよい。
9. 検査終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 座標平面上の点の移動を考える。原点を中心とする 45° の回転移動を表す行列 A と 60° の回転移動を表す行列 B を求めよ。また、原点を中心として、点 $P(1, -2)$ を 105° 回転移動したときの点 P' の座標を求めよ。
- (2) $f(x) = e^{-3x}(\sin x + \cos 2x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。ただし、 e は自然対数の底である。
- (3) $a > 0$ のとき、定積分 $\int_0^a |x^2 - 3| dx$ を求めよ。

2 行列 $A = \begin{pmatrix} t & 5 \\ 1 & t-4 \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

(1) A が逆行列をもたないとき、 t の値を求めよ。

(2) A が逆行列をもつとき、 A の逆行列を t を用いて表せ。

(3) $-2A - E = \begin{pmatrix} x^2 & -3x-y \\ y-9 & z+2 \end{pmatrix}$ を満たす実数 x, y, z, t の値を求めよ。

ただし、 E は 2 次の単位行列を表す。

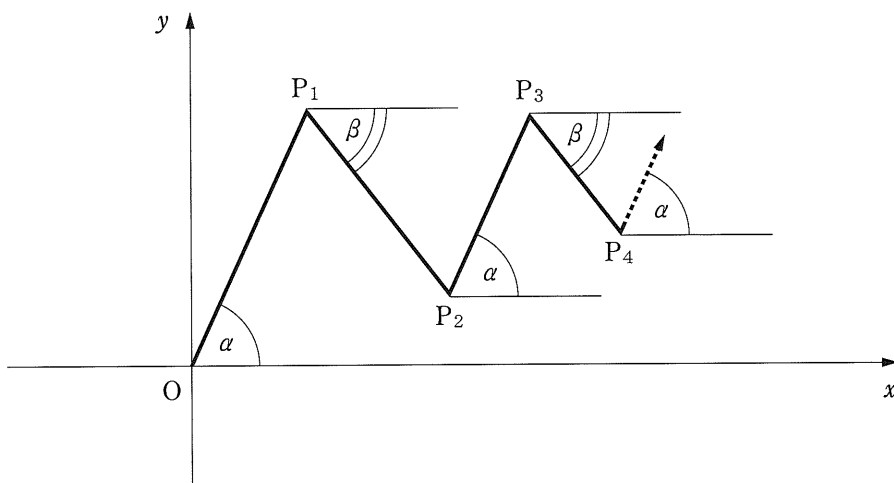
3 関数 $f(x) = x^3 \log x$ ($x > 0$) について、次の問いに答えよ。ただし、
 $\lim_{x \rightarrow +0} x^n \log x = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を用いてよい。

- (1) 第1次導関数 $f'(x)$ および第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ の極値および変曲点の座標を求め、 $f(x)$ のグラフの概形を描け。
- (3) a を定数とする。(2)のグラフを利用して、方程式 $f(x) = a$ の実数解 ($x > 0$) の個数を求めよ。

4

座標平面上で点 P が原点 O を出発し、図のように、 x 軸とのなす角が α の方向に距離 r だけ進んで点 P_1 に達し、そこで運動の方向を変え、 x 軸と平行な直線とのなす角が β の方向に距離 r^2 進んで点 P_2 に達し、さらに、そこで運動の方向を変え、 x 軸と平行な直線とのなす角が α の方向に距離 r^3 進んで P_3 に達する。以下、このような運動を限りなく続けるものとする。 $0 < r < 1$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$, とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 P が点 P_n に達するまでに進んだ道のりを l_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} l_n$ を求めよ。
- (2) 点 $P_{2n} (n = 1, 2, \dots)$ の座標を (X_n, Y_n) とおく。 X_n と Y_n を n, r, α, β を用いて表せ。さらに、 $u = \lim_{n \rightarrow \infty} X_n$ と $v = \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n$ を r, α, β を用いて表せ。
- (3) $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ のとき、(2) で求めた座標 (u, v) が原点 O を中心とする半径 1 の円の内部(円周上は含まない)にある場合の r の範囲を求めよ。



- 5 x 軸上に中心をもつ円 C_1 が放物線 $C_2: y = \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ に点 $P(\sqrt{3}, 2)$ で接している。ただし、 C_1 と C_2 が接するとは、共有点があつて、その共有点における C_1 と C_2 の接線が一致することをいう。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接点 $P(\sqrt{3}, 2)$ における接線の傾き m を求めよ。また、その接線に直交する直線の傾き m' を求めよ。
- (2) 円 C_1 の中心 Q の座標と半径を求めよ。また、 $\angle PQO$ を求めよ。ただし、 O は原点である。
- (3) 曲線 C_1 , C_2 , および x 軸と y 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

