

数 学

農学生命課程, 応用生物化学課程	}	300 点
共生環境課程, 動物科学課程		
獣医学課程		200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで, この冊子の中を見てはいけない。
2. 問題は, [1], [2], [3], [4], [5] の 5 問である。
3. 受験者は次の通り解答すること。

[1], [2], [3], [4], [5] の 5 問を解答すること。ただし, [2], [3] はそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答すること。
4. 解答用紙は 5 枚ある。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入すること。ただし, [2], [3] については選択した問題記号(アまたはイ, カまたはキ)を解答用紙の □ の中に書き入れること。
5. 解答開始の合図があった後に, 必ず解答用紙のすべてに, 本学の受験番号を記入のこと。
6. 落丁・乱丁または印刷の不鮮明な箇所などがあった場合には, 手を挙げて申し出ること。
7. 問題冊子の余白などは適宜利用してよい。
8. 検査終了後, 問題冊子は持ち帰ること。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 正弦と余弦の加法定理を用いて

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

を示せ。

- (2) 直角 3 角形ではない 3 角形の内角の大きさを、それぞれ
- α
- ,
- β
- ,
- γ
- とするとき、

$$\frac{1}{\tan \alpha \cdot \tan \beta} + \frac{1}{\tan \beta \cdot \tan \gamma} + \frac{1}{\tan \gamma \cdot \tan \alpha}$$

の値は、 α , β , γ によらずに一定であることを示し、その値を求めよ。

- (3)
- $\tan \alpha = \frac{2}{5}$
- のとき、
- $\tan \left(\frac{\pi}{4} - 2\alpha \right)$
- の値を求めよ。

- 2 次の2題ア, イから1題を選択し, 解答用紙の□内に選択した問題記号(アまたはイ)を記入し, 解答せよ。

ア 9個の白玉と1個の赤玉が入っている箱から無作為に1個の玉を取り出す試行を考える。1回の試行ごとに取り出した玉は箱に戻してよくかき混ぜ, 次の試行をするものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 2回の試行で, 少なくとも1回赤玉を取り出す確率を求めよ。
- (2) n 回の試行で, 少なくとも1回赤玉を取り出す確率が, 0.8以上となる n の値の範囲を求めよ。ただし,

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$$

として計算せよ。

- (3) 1, 2, 3, 4, 5, 6の目が出る確率がいずれも同じであるサイコロを, 1回振って出た目の回数だけ, 上述の玉を取り出す試行ができるものとする。このとき, 少なくとも1回赤玉を取り出す確率を, 小数第2位を四捨五入して求めよ。

イ 円とそれに内接する長方形ABCDがある。ただし $AB > AD$ とする。Bを含まない弧AD上の点Pから対角線AC, BDにそれぞれ垂線PQ, PRを下ろす。ただし, PはA, Dとは異なり, 点Q, 点RはそれぞれAC, BD上にある。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle QPR$ はPの位置によらずに一定であることを示せ。
- (2) 線分QRの長さはPの位置によらずに一定であることを示せ。

- 3 次の2題 **力**、**キ** から1題を選択し、解答用紙の□内に選択した問題記号(力またはキ)を記入し、解答せよ。

力 数列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_k, \dots$ を次のように、第 n 群が 2^{n-1} 個の項を含むように分ける。

$$\{a_1\}, \{a_2, a_3\}, \{a_4, a_5, a_6, a_7\}, \{a_8, a_9, \dots, a_{15}\}, \{\dots\}, \dots$$

このとき次の問いに答えよ。

- (1) 第 n 群の初項と末項を求めよ。
- (2) $a_k = \frac{1}{k}$ のとき、第 n 群に含まれる項の和は $\frac{1}{2}$ より大きいことを示せ。
- (3) $a_k = \frac{1}{k^2}$ のとき、第1群から第 n 群までのすべての項の和は2を超えないことを示せ。

キ $\triangle ABC$ において、各頂点 A, B, C の対辺の長さをそれぞれ a, b, c とおく。このとき次の問いに答えよ。

- (1) $\angle C$ の2等分線と辺 AB の交点を P とする。 $BP : PA = a : b$ を示せ。
- (2) $\angle B$ の外角の2等分線と直線 CP の交点を Q とする。
 $CQ : QP = (a + b) : c$ を示せ。
- (3) (1), (2)を用いて、 $\overrightarrow{CQ}$ を $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ と a, b, c で表せ。
- (4) ベクトルを用いて、 $\angle A$ の外角の2等分線と直線 CP の交点 R は Q と一致することを示せ。

- 4 2つの曲線 $y = x^2 + p^2$, $y = x^2 - 2px + 3p^2$ (p は正の定数とする) の両方に接する直線とこの2曲線で囲まれた部分の面積を求めよ。

5

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ (a, b は定数) とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ の最小値を求めよ。
- (2) $a^2 - 3b > 0$ とするとき、任意の正の定数 k に対し、方程式 $f'(x) = k$ は実数解を持つことを示せ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ が直交する 2 つの接線を持つための必要十分条件は $a^2 - 3b > 0$ であることを示せ。