

数 学

200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 00 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。ただし、**3**、**4** についてはそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答しなさい。このとき、選択した問題記号(それぞれ、アまたはイ、カまたはキ)を解答用紙の ☐ の中に書き入れなさい。なお、
「数Ⅰ、数Ⅱ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「カ」を
「数Ⅰ、数Ⅱ、数Ⅲ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「キ」を
選択解答しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

(1) $x = \sqrt{3\sqrt{2} + 4}$, $y = \sqrt{3\sqrt{2} - 4}$ のとき, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ の値を求めよ。

(2) 関数 $f(x) = x^2 + ax - 2a + 6$ の $x \geq 0$ における最小値が 1 であるとき, a の値を求めよ。

(3) 三角形 ABC の辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D, 辺 AC を 3 : 5 に内分する点を E とする。4 点 B, C, E, D が同一円周上にあるとき, 辺 AB と辺 AC の長さの比 AB : AC を求めよ。

2

1 から 12 までの自然数が 1 つずつ書かれた 12 個の玉が入っている袋がある。

「この袋の中から無作為に玉を 1 個取り出し、その玉に書かれている自然数を記録してから袋の中に戻す」という操作を 5 回繰り返すとき、次の問いに答えよ。

- (1) 記録された 5 つの数の中に、少なくとも 2 つ同じ数がある確率は、60 % よりも大きいかどうか、判定せよ。
- (2) 記録された 5 つの数の中に、少なくとも 3 つ同じ数がある確率を求めよ。

3 次の2題 ☐ア, ☐イ から1題を選択し, 解答用紙の ☐ の中に選択した問題記号 (アまたはイ) を記入し, 解答せよ。

☐ア $\{a_n\}$ は, 初項 $a_1 = -1$, 公差 d の等差数列で, $\{b_n\}$ は, 初項 $b_1 = 2011$, 公比 r の等比数列とする。ただし, $d \neq 0$, $r \neq 0$ とする。これらの数列が

$$a_n b_{n-1} + 3 b_n a_{n-1} - 2 b_{n-1} = 0 \quad (n \geq 2)$$

を満たしているとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $|b_n| < |a_n|$ となる最小の n の値を求めよ。

☐イ 三角形 OAB の辺 AB を 5 : 9 に内分する点を C とする。

$$OA = 2\sqrt{2}, \quad OB = 6, \quad OC = 3$$

であるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\angle AOC$ の大きさを求めよ。
- (2) 三角形 OAB の面積を求めよ。

4 次の2題〔カ〕, 〔キ〕から1題を選択し, 解答用紙の□の中に選択した問題記号(カまたはキ)を記入し, 解答せよ。なお,

「数Ⅰ, 数Ⅱ, 数A, 数B」を選択する者は「カ」を

「数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B」を選択する者は「キ」を

解答せよ。

〔カ〕 2つの放物線

$$C_1: y = 2x^2, \quad C_2: y = -\frac{1}{4}x^2$$

と2つの直線

$$l_1: y = ax + t - 1, \quad l_2: y = bx + t$$

があり, l_1 は C_1 に接し, l_2 は C_2 に接している。ただし, a, b, t は定数で, $a > 0, b > 0, 0 < t < 1$ を満たすものとする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) a および b をそれぞれ t で表せ。

(2) C_1, l_1 および y 軸で囲まれた図形の面積 S_1 と, C_2, l_2 および y 軸で囲まれた図形の面積 S_2 が等しくなるときの t の値を求めよ。

〔キ〕 $x > 0$ で定義された関数 $f(x) = \frac{(\log x)^2}{\sqrt{x}}$ について, 次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ の増減を調べ, 極値を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と2直線 $x = e, x = e^2$ および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転して得られる立体の体積を求めよ。