

# 数 学

200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 00 分 (90 分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。ただし、**3**、**4** についてはそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答しなさい。このとき、選択した問題記号(それぞれ、アまたはイ、カまたはキ)を解答用紙の ☐ の中に書き入れなさい。なお、  
「数Ⅰ、数Ⅱ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「カ」を  
「数Ⅰ、数Ⅱ、数Ⅲ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「キ」を  
選択解答しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

(1) 2次不等式  $x^2 + (a - 3)x + a > 0$  がすべての実数  $x$  について成り立つように、実数  $a$  の値の範囲を求めよ。

(2)  $\frac{x+y}{5} = \frac{y+2z}{6} = \frac{z+3x}{7} \neq 0$  のとき、 $\frac{2x^2 - 2y^2 + 9z^2}{4x^2 + y^2 - 8z^2}$  の値を求めよ。

(3) 半径1の円に内接する正二十四角形の面積を求めよ。

**2** 次の連立不等式の表す領域を  $D$  とする。

$$x + 2y \leq 8, \quad 3x + y \leq 9, \quad -7x + 2y \leq 0, \quad y \geq 0$$

このとき、次の問いに答えよ。

(1) 領域  $D$  を図示せよ。

(2) 点  $P(x, y)$  がこの領域  $D$  内を動くとき、 $3x + 2y$  の最大値を求めよ。

- 3 次の2題ア, イから1題を選択し, 解答用紙の□の中に選択した問題記号(アまたはイ)を記入し, 解答せよ。

ア 初項が  $a_1 = -35$  である数列  $\{a_n\}$  の階差数列を  $\{b_n\}$  とする。すなわち,

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

である。 $\{b_n\}$  が等差数列で, その初項は  $b_1 = -19$ , 公差は4であるとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 自然数  $n$  に対し,  $b_n$  を  $n$  で表せ。
- (2) 自然数  $n$  に対し,  $a_n$  を  $n$  で表せ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の初項から第24項までの和を求めよ。

イ  $\angle BAC = 90^\circ$  である直角三角形 ABC において, 辺 AB の中点を M とする。また, 辺 BC を  $s : (1 - s)$  に内分する点を P とし, 線分 AP と CM との交点を R とする。ただし,  $0 < s < 1$  とする。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$  とおくと, 次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル  $\overrightarrow{AR}$  を  $s$ ,  $\vec{a}$  および  $\vec{b}$  で表せ。
- (2)  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = \sqrt{2}$  とする。線分 AP と CM が直交するときの  $s$  の値を求めよ。また, このときの  $\overrightarrow{AR}$  の大きさを求めよ。

**4** 次の2題 **㊦**, **㊧** から1題を選択し, 解答用紙の ☐ の中に選択した問題記号 (カまたはキ) を記入し, 解答せよ。なお,

「数Ⅰ, 数Ⅱ, 数A, 数B」を選択する者は「カ」を

「数Ⅰ, 数Ⅱ, 数Ⅲ, 数A, 数B」を選択する者は「キ」を  
解答せよ。

**㊦** 3次関数  $y=f(x)$  が  $x=1-\sqrt{3}$  と  $x=1+\sqrt{3}$  において極値をとり, 点  $(3, f(3))$  における  $y=f(x)$  のグラフの接線が直線  $y=4x-27$  であるとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $f(x)$  を求めよ。

(2)  $x \geq 0$  のとき,  $f(x) \geq 3x^2 - 14x$  が成立することを示せ。

**㊧** 実数  $t > 1$  に対して積分

$$I(t) = \int_{-4}^{4t-4} (x-4)\sqrt{x+4} \, dx$$

を考える。このとき, 次の問いに答えよ。

(1)  $I(t)$  を  $t$  で表せ。

(2)  $I(t)$  の  $t > 1$  における最小値を求めよ。