

# 数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

## 注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は [1] から [3] までの計 3 問です。[1] から [3] までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 3 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

**1** 以下の問いに答えよ。

- (1) 式  $(a + b)^6$  を展開したときの  $a^3b^3$  の項の係数を求めよ。
- (2) 6 個の引き出しがあり、そのすべてに書類  $a$  と書類  $b$  が 1 部ずつ入っている。書類  $a$  を 4 部と書類  $b$  を 2 部取り出したい。
- (i) 1 個の引き出しから、書類  $a$  または書類  $b$  のどちらかしか取り出せないとき、取り出し方は何通りあるか。
- (ii) 1 個の引き出しから、書類  $a$  と書類  $b$  の両方を取り出してもよいし、片方のみを取り出してもよいし、どちらも取り出さなくてもよいとき、取り出し方は何通りあるか。

- (3) 設問(2)(ii)における書類の取り出し方の場合の数は、式

$$(ab + a + b + 1)^6$$

を展開したときの  $a^4b^2$  の項の係数に等しくなる。その理由をのべよ。

**2** 座標空間内に 2 点  $A(0, 3, 0)$ ,  $B(0, -3, 0)$  を直径の両端とする球面  $S$  を考える。 $S$  上に点  $P(x, y, z)$  をとり,  $S$  外に点  $Q(3, 4, 5)$  をとる。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) 球面  $S$  の方程式を求めよ。
- (2) ベクトル  $\overrightarrow{AP}$  とベクトル  $\overrightarrow{BP}$  の内積は, 点  $P$  が球面  $S$  上のどこにあっても必ず 0 になることを証明せよ。
- (3) 原点を  $O$  で表すとき, ベクトル  $\overrightarrow{OQ}$  の大きさとベクトル  $\overrightarrow{OP}$  の大きさを求めよ。
- (4) 点  $P(x, y, z)$  が球面  $S$  上を動くとき,  $3x + 4y + 5z$  の最大値を求めよ。  
また, そのときの  $P$  の座標を求めよ。

**3** 以下の問いに答えよ。

(1) 不等式  $\log_2 x > 1$  を解け。

(2) 不等式  $\log_{\frac{1}{2}} x > 1$  を解け。

(3) 座標平面上に、

$$\log_2(x+y) + \log_{\frac{1}{2}}(x-y)$$

が定義される領域を図示せよ。

(4) 座標平面上に、不等式

$$\log_2(x+y) + \log_{\frac{1}{2}}(x-y) > 1$$

の表す領域を図示せよ。