

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。ただし、**3**、**4** についてはそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答しなさい。このとき、選択した問題記号(それぞれ、アまたはイ、カまたはキ)を解答用紙の ☐ の中に書き入れなさい。なお、
「数Ⅰ、数Ⅱ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「カ」を
「数Ⅰ、数Ⅱ、数Ⅲ、数 A、数 B」を選択する者は **4** では「キ」を
選択解答しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 3次方程式 $x^3 - 3x^2 - px - 1 = 0$ が2重解 $-\frac{1}{2}$ をもつとき、他の解と実数 p の値を求めよ。

(2) 三角形 ABC において、 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさをそれぞれ A , B , C で表し、辺 BC, 辺 CA, 辺 AB の長さをそれぞれ a , b , c で表すとき

$$(a \sin A - b \sin B) \cos(A + B) = 0$$

ならば、 $\triangle ABC$ はどのような形の三角形か。

(3) 関数 $f(x) = ax^r + b$ ($x > 0$) において、

$$f(2) = 27, f(4) = 87, f(8) = 387$$

を満たすとき、 a , b の値を求めよ。

2 9個の自然数1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9から相異なる3つの数を選
作為に選び, それらを大きい順に並び変えたものを X_1, X_2, X_3 ($X_1 > X_2 > X_3$)
とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) X_2 が a ($2 \leq a \leq 8$) 以下になる確率を求めよ。
- (2) X_2 が a である確率が最大となるような a , およびそのときの確率を求め
よ。

- 3 次の2題ア, イから1題を選択し, 解答用紙の□の中に選択した問題記号(アまたはイ)を記入し, 解答せよ。

ア 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = 1$, $a_n > 0$ ($n = 2, 3, \dots$)であり, $S_n = \sum_{i=1}^n a_i$ とするとき

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = 10^n$$

を満たすものとする。また, 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log_{10} S_n$ と定義する。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 数列 $\{b_n\}$ の漸化式を導け。
- (2) 設問(1)の漸化式を用いて $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の $n \geq 2$ での一般項を求めよ。

イ 平面上の一直線上にない3点O, P, Qを考える。線分PQの中点をAとし, Oを端点としAの方向に伸びた半直線OA上の点をBとする。点Bが $|\overrightarrow{OA}| |\overrightarrow{OB}| = 1$ を満たすとき, 次の問いに答えよ。

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ を $\overrightarrow{OP}$ および $\overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OB}$ を $\overrightarrow{OP}$ および $\overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ。
- (3) $|\overrightarrow{OP}| = |\overrightarrow{OQ}| = 1$ のとき, $\overrightarrow{BP}$ と $\overrightarrow{OP}$ の内積を求めよ。

4 次の2題〔カ〕，〔キ〕から1題を選択し，解答用紙の□の中に選択した問題記号（カまたはキ）を記入し，解答せよ。なお，

「数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B」を選択する者は「カ」を

「数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B」を選択する者は「キ」を

解答せよ。

〔カ〕 $y = -x(x - a)$ で与えられる放物線 C_1 と関数 $y = a - |ax + b|$ のグラフ C_2 が原点で接している。ただし，実数 a は正とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) b を a を用いて表せ。

(2) $a = 2$ のとき， C_1 と C_2 を図示せよ。

(3) 設問(2)において C_1 と x 軸で囲まれた図形の面積と， C_1 と C_2 によって囲まれた図形の面積の比を求めよ。

〔キ〕 実数 $a > 0$ と $k > 0$ に対して2つの曲線

$$C_1 : y = ax^3, \quad C_2 : y = k \log x \quad (x > 0)$$

を考える。ここで， $\log x$ は x の自然対数とする。 C_1 と C_2 がただ1点を共有し，その点における接線が一致するとき，次の問いに答えよ。

(1) 共有点の x 座標を求めよ。

(2) k を a を用いて表せ。

(3) $k = 4$ のとき， C_1 ， C_2 および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。