

数 学

応用化学・生命工学科，マテリアル工学科	}	150 点
機械システム工学科，社会環境工学科		
電気電子・情報システム工学科		200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は，**1** から **4** までの計 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙および白紙 1 枚は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙，白紙 1 枚は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき, $e^{2x} > \frac{x^2}{2}$ となることを示せ。

(2) $A = \begin{pmatrix} 0 & p \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (p は実数) について, $A^4 = E$ かつ $A^2 \neq E$ のとき, p の値を求めよ。ただし, E は単位行列とする。

(3) 関数 $f(x) = ax^r + b$ ($x > 0$) において, $f(2) = 27$, $f(4) = 87$, $f(8) = 387$ を満たすとき, a , b の値を求めよ。

(4) O を原点とする座標平面上に 2 点 $A(2, 2\sqrt{3})$, $B(1, 0)$ をとる。点 A を通り, 直線 OA に直交する直線上に $OA = AC$ となる点 C をとる。 $\angle COB = \theta$ とするとき, $\tan \theta$ の値を求めよ。ただし, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

2 2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ が

$$a_1 = 2, b_1 = 2, a_{n+1} = 6a_n + 2b_n, b_{n+1} = -2a_n + 2b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき、次の問いに答えよ。

(1) $c_n = a_n + b_n$ とおくとき、数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

- 3 座標空間内で4点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, 0, 3)$ を頂点とする四面体 $OABC$ を考える。辺 AB 上の点を D , 辺 AC 上の点を E , 線分 DE 上の点を P とする。線分 DE は辺 BC に平行とする。

$\overrightarrow{AD} = \alpha \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DP} = \beta \overrightarrow{DE}$ とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, α, β は実数とし, $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ とする。

- (1) $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, α, β によって表し, 次に $\overrightarrow{OP}$ を成分表示せよ。
- (2) $\overrightarrow{OP}$ が $\overrightarrow{DE}$ に垂直となる P の座標を α を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{OP}$ が $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{AP}$ の両方に垂直となる α の値を求めよ。
- (4) 点 O から $\triangle ABC$ に下ろした垂線の交点を H とする。 H の座標を求めよ。

4 実数 $a > 0$ と $k > 0$ に対して 2 つの曲線 $C_1 : y = ax^2$, $C_2 : y = k \log x$ ($x > 0$) を考える。ここで, $\log x$ は x の自然対数とする。 C_1 と C_2 がただ 1 点を共有し, その点における接線が一致するとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 共有点の x 座標を求めよ。
- (2) k を a を用いて表せ。
- (3) $k = 2e$ のとき, C_1 , C_2 および x 軸で囲まれた部分を D とする。 D の面積 S を求めよ。ただし, e は自然対数の底とする。
- (4) 設問(3)の D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積 V を求めよ。