

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **3** までの計 3 問です。**1** から **3** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 3 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明およびページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子および解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

- 1 直円柱に対して、底面の半径を x 、高さを h 、表面積(側面積と2つの底面積の合計)を S 、体積を V で表すことにする。ただし、 $x > 0$ 、 $h > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) S を x と h を用いて表せ。
- (2) h を x と S を用いて表せ。また、 V を x と S を用いて表せ。
- (3) S が一定のもとで、 V が最大になるときの x の値を求めよ。
- (4) S が一定のもとで、 V が最大になるときの x と h の比、すなわち $x:h$ を求めよ。

2

n を自然数とし、次の漸化式で2つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を定める。

$$a_1 = 1, a_2 = 1, a_{n+2} = 2a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$b_1 = 1, b_2 = 1, b_3 = 1, b_{n+3} = 3b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

以下の問いに答えよ。ただし、必要ならば、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いよ。

- (1) $\{a_n\}$ と $\{b_n\}$ の最初の6項をそれぞれ求めよ。
- (2) $a_{n+6} = 8a_n$ となることを示せ。
- (3) m を0以上の整数とすると、 a_{6m+1} と b_{6m+1} を m を用いて表せ。
- (4) 6で割った余りが1となるような n で、 $a_n \geq b_n$ となるものをすべて求めよ。
- (5) 6で割った余りが3となるような n で、 $a_n \geq b_n$ となるものをすべて求めよ。

3 座標平面上に点 $A(\pi, 1)$ がある。また、関数 $y = \cos x$ のグラフ上に点 P をとり、 A と P との midpoint を Q とする。以下の問いに答えよ。

- (1) P の座標を $(t, \cos t)$ とするとき、 Q の座標を t を用いて表せ。
- (2) Q の座標を (x, y) とするとき、 y を x の関数として表せ。また、 y の最大値と最小値を求めよ。
- (3) 設問(2)で求めた関数を $f(x)$ とする。2つの関数 $y = \cos x$ と $y = f(x)$ のグラフを同一の座標平面上に描け。ただし、どちらも $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で描け。
- (4) 設問(2)で求めた関数を $f(x)$ とする。2つの関数 $y = \cos x$ と $y = f(x)$ のグラフの交点について、その y 座標の取り得る値をすべて求めよ。ただし、 x の範囲はすべての実数とする。