

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。ただし、**3**、**4** についてはそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答しなさい。このとき、選択した問題記号(それぞれ、アまたはイ、カまたはキ)を解答用紙の ☐ の中に書き入れなさい。なお、
「数Ⅰ，数Ⅱ，数 A，数 B」を選択する者は **4** では「カ」を
「数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数 A，数 B」を選択する者は **4** では「キ」を
選択解答しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 次の不等式を解け。ただし、 a は定数で、 $a > 0$ 、 $a \neq 1$ を満たすものとする。

$$a^{2x} - a^x - 6 < 0$$

- (2) 三角形 ABC において、 $AB = 2$ 、 $AC = 5$ 、 $\angle A = 60^\circ$ とする。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を P とするとき、BP の長さを求めよ。

- (3) 赤玉 4 個と白玉 5 個が入った袋がある。無作為に玉を 2 個同時に取り出したとき、赤玉の出る個数の期待値を求めよ。

2 一辺の長さが a である正四面体の体積が $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) 底面の面積を a で表せ。
- (2) 正四面体の高さを a で表せ。
- (3) a の値を求めよ。

- 3 次の2題 [ア], [イ] から1題を選択し、解答用紙の ☐ の中に選択した問題記号 (アまたはイ) を記入し、解答せよ。

[ア] 鋭角三角形 ABC の重心を G とする。また、 $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{GC} = \vec{c}$ とおくとき

$$2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = -9$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a} = -3$$

を満たしているものとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ を示せ。

(2) ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ の大きさ $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を求めよ。

(3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ のとき、 $\triangle ABC$ の3辺 AB, BC, CA の長さを求めよ。

[イ] 次のように定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - 3a_n$ で定義するとき、一般項 b_n を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) $x \neq \frac{1}{3}$ のとき、 $S_n = \sum_{k=1}^n ka_k x^{k-1}$ を求めよ。

4 次の2題〔カ〕,〔キ〕から1題を選択し,解答用紙の□の中に選択した問題記号(カまたはキ)を記入し,解答せよ。なお,

「数Ⅰ,数Ⅱ,数A,数B」を選択する者は「カ」を

「数Ⅰ,数Ⅱ,数Ⅲ,数A,数B」を選択する者は「キ」を
解答せよ。

〔カ〕 a, b を実数とするとき,関数 $f(x) = x^3 - ax^2 + bx$ について,次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(t, f(t))$ における接線の方程式を求めよ。

(2) $a = 1, b = -1$ のとき, $y = f(x)$ のグラフの接線で点 $(-1, 1)$ を通るものは何本あるか答えよ。また,このときの各接点の x 座標を求めよ。

(3) $y = f(x)$ のグラフが傾き1の接線をちょうど2本持つための条件を,実数の組 (a, b) を座標平面上に図示することで与えよ。

〔キ〕 関数 $f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}}$ ($x > 0$) について,次の問いに答えよ。ただし, $\log x$ は x の自然対数, e は自然対数の底とする。

(1) 極限 $\lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ を求めよ。

(2) $y = f(x)$ の極値を求めよ。

(3) 曲線 $y = |f(x)|$ と x 軸および2直線 $x = \frac{1}{e}, x = e$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転してできる立体の体積を求めよ。