

数 学

応用化学・生命工学科，マテリアル工学科	}	150 点
機械システム工学科，社会環境工学科		
電気電子・情報システム工学科		200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は，**1** から **4** までの計 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙および白紙 1 枚は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙および白紙 1 枚は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = -2 \sin 2x + 2 \cos 2x + 3$ の最大値と最小値を求めよ。ただし、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ とする。
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x+3} - 8}{x-1}$ が有限な値になるように定数 a の値を定め、そのときの極限値を求めよ。
- (3) 直線 $y = x$ に関する対称移動の 1 次変換を f とする。1 次変換 g が点 $(2, 4)$ を点 $(4, 6)$ に移し、合成変換 $f \circ g$ が点 $(2, 2)$ を点 $(-12, 4)$ に移すとき、 g を表す行列を求めよ。
- (4) 次の不定積分を求めよ。
- $$\int x \log(x+1) dx$$

2 a を正の実数とする。平面上の3点 O, A, B は $|\vec{OA}| = a, |\vec{OB}| = 1, |\vec{OA} - 3\vec{OB}| = \sqrt{a^2 + 9}$ を満たしている。点 P を $\vec{OP} = 2\vec{OA} + \vec{OB}$ となるように定め、線分 AB と線分 OP の交点を Q 、線分 BQ の中点を R とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値を求めよ。
- (2) $\vec{OQ}$ を $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ を用いて表せ。
- (3) $\vec{OR}$ を $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ を用いて表せ。
- (4) $\vec{OR}$ と $\vec{AB}$ が垂直になるとき、 a の値と三角形 OQR の面積を求めよ。

3 座標平面上に2つの曲線 $C_1: y = -x^2 + 12$, $C_2: y = x^2 - 10x + 29$ がある。曲線 C_1 上を動く点 P の x 座標を a とし、曲線 C_1 の点 P における接線を l とする。ただし、 $a > 0$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 接線 l と x 軸, y 軸で囲まれた三角形の面積を S とする。 S を a を用いて表せ。また、 S の最小値とそのときの a の値を求めよ。
- (3) 接線 l と曲線 C_2 が2個の共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。
- (4) 接線 l と曲線 C_2 が2個の共有点をもつとき、それらの中点の軌跡を求めよ。

- 4 連続な関数 $f(x)$ が以下の関係式を満たすとき、次の問いに答えよ。

$$\int_a^x (x-t)f(t)dt = 2\sin x - x + b$$

ただし、 a, b は定数であり、 $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$ である。

(1) $\int_a^x f(t)dt$ を求めよ。

(2) $f(x)$ を求めよ。

(3) 定数 a, b の値を求めよ。

(4) $\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} \{f(x)\}^3 dx$ を求めよ。