

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。ただし、**3**、**4** についてはそれぞれ 2 題ある中から 1 題を選択解答しなさい。このとき、選択した問題記号(それぞれ、アまたはイ、カまたはキ)を解答用紙の ☐ の中に書き入れなさい。なお、
「数Ⅰ，数Ⅱ，数 A，数 B」を選択する者は **4** では「カ」を
「数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数 A，数 B」を選択する者は **4** では「キ」を
選択解答しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

(1) 2次方程式 $3x^2 + 7x + 5 = 0$ の2つの解を α, β とするとき、 $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $\log_9(x+4) = \log_3(2x-7) + \log_5 \frac{1}{5\sqrt{5}}$ を解け。

(3) $\triangle ABC$ において、 $\angle A, \angle B$ の大きさをそれぞれ A, B で表すとき、 $\cos A = \frac{3}{5}, \cos B = \frac{2}{3}$ であるとし、さらに辺 AB の長さは $\frac{38}{5}$ であるとする。このとき、 $\triangle ABC$ の外接円の半径を求めよ。

2

1 個のさいころを 4 回続けて投げ、出た目を 1 回目から順に a, b, c, d とするとき、次の問いに答えよ。ただし、さいころは 1 回投げると 1, 2, 3, 4, 5, 6 の目がそれぞれ等しい確率で出るものとする。

- (1) $a < b < c < d$ となる確率を求めよ。
- (2) a, b, c, d のうち、異なるものが 3 種類以下となる確率を求めよ。
- (3) a, b, c, d のうち、異なるものが 2 種類となる確率を求めよ。

- 3 次の2題 ☐ , ☐ から1題を選択し、解答用紙の ☐ の中に選択した問題記号 (アまたはイ) を記入し、解答せよ。

☐ 四面体 OABC において、辺 OA の中点を P、辺 BC を 2 : 1 に内分する点を Q、辺 OC を 1 : 3 に内分する点を R、辺 AB を $s : (1 - s)$ に内分する点を S とする。ただし、 $0 < s < 1$ とする。また、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ および $\vec{c}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{RS}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および s で表せ。

(3) 線分 PQ と線分 RS が交わるときの s の値を求めよ。

☐ $a_3 = 4$, $a_8 = 3$ である等差数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(1) a_1 および a_{99} を求めよ。

(2) 99 個の項 $a_1, a_2, \dots, a_{99}$ のうち、整数となるものの個数を求めよ。

(3) 99 個の項 $a_1, a_2, \dots, a_{99}$ のうち、整数でないものすべての和を求めよ。

4 次の2題 [カ], [キ] から1題を選択し、解答用紙の $\square$ の中に選択した問題記号 (カまたはキ) を記入し、解答せよ。なお、

「数Ⅰ，数Ⅱ，数A，数B」を選択する者は「カ」を

「数Ⅰ，数Ⅱ，数Ⅲ，数A，数B」を選択する者は「キ」を
解答せよ。

[カ] 2つの関数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x$, $g(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$ について、曲線 $y = f(x)$ を C_1 、曲線 $y = g(x)$ を C_2 とする。ただし、 a, b は定数である。

関数 $f(x)$ が極大となるときの x の値を k とし、点 $(k, g(k))$ における曲線 C_2 の接線の傾きは -18 であるとする。

さらに、2つの曲線 C_1, C_2 はいずれもある1点 P を通り、点 P における C_1 の接線と点 P における C_2 の接線が一致しているとき、次の問いに答えよ。

(1) k の値を求めよ。

(2) a, b の値をそれぞれ求めよ。

(3) 直線 $x = k$ と y 軸、および2曲線 C_1, C_2 によって囲まれた部分の面積を求めよ。

[キ] 関数 $f(x) = \cos^3 x \sin x$ について、次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲における $f(x)$ の最大値を求めよ。

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において、曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = \sin 2x$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

