数　　学

応用化学・生命工学科，マテリアル工学科 機械システム工学科，社会環境工学科	150 点
電気電子・情報システム工学科	200 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分（120 分）

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，[1] から [5] までの計 5 問です。[1] から [5] までのすべてを解答しなさい。**ただし，[1] については必答問題(1)，(2)の 2 問と選択問題(3)，(4)のいずれか 1 問を選択し，計 3 問を解答しなさい。**
3. 解答用紙は，[1] から [5] までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，**本学の受験番号**を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 必答問題(1)，(2)の2問と，選択問題(3)，(4)のいずれか1問を選択し，計3問を解答せよ。

（必答問題）

(1) 2つのベクトル $\vec{a}=(-2,1,2)$，$\vec{b}=(-1,1,0)$ について，$\vec{p}=\vec{a}+t\vec{b}$ とする。t がすべての実数値をとって変化するとき，$|\vec{p}|$ の最小値を求めよ。

（必答問題）

(2) 3直線 $4x-3y+3=0$，$x-4y+4=0$，$3x+y-14=0$ で作られる三角形の面積を求めよ。

（選択問題）

(3) 複素数 $z=2\left(\cos\frac{11}{12}\pi+i\sin\frac{11}{12}\pi\right)$ のとき，z^2，z^{-3} および $\left|z-\frac{1}{z}\right|^2$ を求めよ。ただし，i は虚数単位とする。

（選択問題）

(4) 2つの行列 $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ について，$B^{-1}AB$，$(B^{-1}AB)^n$ および A^n を求めよ。ただし，n は正の整数とする。

2 四面体OABCにおいて，辺OAの中点をP，辺BCを2：1に内分する点をQ，辺OCを1：3に内分する点をR，辺ABをs：$(1-s)$に内分する点をSとする。ただし，$0<s<1$とする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{PQ}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$および$\vec{c}$で表せ。

(2) $\overrightarrow{RS}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$およびsで表せ。

(3) 線分PQと線分RSが交わるときのsの値を求めよ。

3 関数$f(x)=e^{-2x}$とする。曲線$C: y=f(x)$上の点$(1,\ f(1))$における接線がx軸と交わる点を$P_1(x_1,\ 0)$とする。次にC上の点$(x_1,\ f(x_1))$における接線がx軸と交わる点を$P_2(x_2,\ 0)$とする。以下同様に$n=3,\ 4,\ 5,\cdots$に対してC上の点$(x_{n-1},\ f(x_{n-1}))$における接線がx軸と交わる点を$P_n(x_n,\ 0)$とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) x_1を求めよ。

(2) x_{n+1}をx_nで表せ。またx_nをnで表せ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 3^k x_k$を求めよ。

4 方程式$x-(y-k)^2=0$で表される曲線C上に動点$\mathrm{P}((t-k)^2,\ t)$があって，点Pと点$(k^2,\ 0)$との距離の2乗を$f(t)$とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，$k>0$とする。

(1) 曲線Cの概形をかけ。

(2) $f(t)$の導関数を$f'(t)$とするとき，方程式$f'(t)=0$の異なる実数解の個数を調べよ。

(3) $k=2$のとき，$f(t)$の極大値を求めよ。

5 関数$f(x)=\log(1+x)$について，次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数である。

(1) 不定積分$\int f(x)\,dx$を求めよ。

(2) 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left\{f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+f\left(\frac{n}{n}\right)\right\}$$

(3) 関数$g(x)=xf(x-1)-x$とするとき，$g(x)$の最小値を求めよ。