

数 学

300 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、**1** から **4** までの計 4 問です。**1** から **4** のすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明およびページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子および解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 2 次関数 $y = x^2 - 2ax + a + 2$ の最小値が負であるような定数 a の範囲を求めよ。

(2) A チームと B チームがサッカーの試合を 7 回行う。どの試合でも、A チームが勝つ確率は $\frac{1}{2}$ ，B チームが勝つ確率は $\frac{1}{6}$ ，引き分けとなる確率は $\frac{1}{3}$ であるとして、A チームの試合結果が 3 勝 2 敗 2 引き分けとなる確率を求めよ。

(3) 四面体 OABC において、

$$BC = 30, CA = 26, \cos \angle BAC = \frac{5}{13},$$

$$OA = 18, \angle OAB = \angle OAC = 90^\circ$$

であるとき、辺 AB の長さおよび四面体 OABC の体積を求めよ。

2 平行四辺形 ABCD において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ とおき、

$$|\vec{a}| = 4, \quad |\vec{b}| = 5, \quad |\overrightarrow{AC}| = 6$$

であるとする。また、辺 BC を 1 : 4 に内分する点を E、辺 AB を $s : (1 - s)$ に内分する点を F とし(ただし、 $0 < s < 1$)、線分 AE と線分 DF の交点を P とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{AP}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$ および s で表せ。
- (3) 平行四辺形 ABCD の 2 本の対角線 AC と BD の交点を Q とする。 $\overrightarrow{PQ}$ が $\vec{b}$ と平行であるとき、 s の値を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) ユークリッドの互除法を用いて、89 と 29 の最大公約数を求めよ。
- (2) 2 元 1 次不定方程式 $89x + 29y = 1$ の整数解を 1 組求めよ。
- (3) 2 元 1 次不定方程式 $89x + 29y = -20$ の整数解として現れる x の値のうち、正のものを小さい順に $x_1, x_2, x_3, \dots$ とする。このとき、自然数 m に対して、 x_m を m で表せ。

4 曲線 $y = -x^3 + 3x^2 + x - 3$ を C とし、曲線 C 上の点 $(3, 0)$ における接線を ℓ とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) p を実数とし、点 (p, q_1) は接線 ℓ 上にあり、点 (p, q_2) は曲線 C 上にあるとする。 $p < 3$ の範囲を p が動くとき、 $q_1 - q_2$ の最大値を求めよ。
- (3) 接線 ℓ と曲線 C で囲まれた図形は、 y 軸によって2つの部分に分けられるが、それらの面積のうち小さい方を S 、大きい方を T とするとき、 $\frac{T}{S}$ の値を求めよ。