

数 学

200 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、1 から 5 までの 5 問がある。出願時の申告に従って次の通り計 4 問を選択し、解答しなさい。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は、1、2、3、4 の 4 問を解答すること。

「数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は、1、2、3、5 の 4 問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	<u>1</u> 、 <u>2</u> 、 <u>3</u> 、 <u>4</u>
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	<u>1</u> 、 <u>2</u> 、 <u>3</u> 、 <u>5</u>

3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお、「4 または 5」と印刷されている解答用紙については、選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 鋭角三角形 ABC において、 $AB = 6$ ， $AC = 3\sqrt{3}$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ とするとき、辺 BC の長さと $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (2) 自然数 a ， b は $a + 2b = 126$ をみたす。 a と b の最大公約数が 9 のとき、このような a ， b をすべて求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ が、 $a_1 = 1$ ， $2a_{n+1} = a_n + 2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) をみたすとき、この数列の一般項を求めよ。

2 座標平面上で原点を O とし, 3 点 $A = (-2, 1)$, $B = (3, -4)$, $C = (7, -1)$ をとり, $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ とおく。また, 線分 AB を $t : (1 - t)$ に内分する点を P , 線分 BC を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q , 線分 PQ を $t : (1 - t)$ に内分する点を R とする。ただし $0 < t < 1$ とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) 点 R の座標を t を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{BC}$ と $\overrightarrow{OR}$ が垂直になる t の値を求めよ。

- 3 袋の中に、4 個の玉が入っている。それらの玉には、整数が 1 つずつ書かれている。それら 4 つの整数はすべて異なるものとし、4 つの中で一番大きい整数を a とする。袋から玉を 1 個取り出す試行を、下記の A, B, C いずれかの方針で繰り返すとき(玉は袋に戻さない)、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めたい。ただし、玉を取り出す人は、4 つの整数が何かは知らされていないものとする。

方針 A : 1 回目の試行でやめず、2 回目を最後の試行とする。

方針 B : 1 回目の試行でやめず、2 回目の整数が 1 回目より大きければ 2 回目を最後の試行とする。もし小さければ 3 回目を行い、1 回目、2 回目の整数より大きければ 3 回目を最後の試行とする。もし小さければ 4 回目を最後の試行とする。

方針 C : 1 回目、2 回目の試行でやめず、3 回目の整数が 1 回目、2 回目より大きければ 3 回目を最後の試行とし、小さければ 4 回目を最後の試行とする。

次の問いに答えよ。

- (1) 方針 A を採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (2) 方針 B を採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。
- (3) 方針 C を採用したとき、最後の試行で取った玉に書かれた整数が a である確率を求めよ。

次の2問[4]、[5]のうちから、表紙の注意事項2. に指示されているように出願時の申告に従って次の通り1問を選択し、解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	[4]
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	[5]

4 放物線 $C: y = 2x - x^2$ と直線 $\ell: y = ax$ について、定数 a が $0 < a < 2$ の範囲にあるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C と直線 ℓ で囲まれた部分の面積を a を用いて表せ。
- (2) 直線 ℓ が、放物線 C と x 軸とで囲まれた部分の面積を二等分するときの a の値を求めよ。

5 実数 t に対して、 $f(t) = \int_0^{at} (e^x + e^{-x}) dx$ とおく。ただし a は $f(1) = 2$ をみたす定数とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) $f(2)$ および $f(3)$ の値を求めよ。
- (3) n が正の奇数ならば、 $f(n)$ は正の偶数であることを示せ。
- (4) m が正の偶数のとき、 $f(t)$ の $t = m$ における微分係数 $f'(m)$ を a で割れば正の偶数になることを示せ。