

数 学

学 科(コース)	配 点
化学・生命理工学科，物理・材料理工学科， システム創成工学科(機械科学コース，社会基盤・環境コース)	300 点
システム創成工学科(電気電子通信コース，知能・メディア情報コース)	400 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，1 から 5 までの計 5 問です。1 から 5 までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は，1 から 5 までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は，計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は，紙面の中央に印刷された縦線によって，左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は，まず用紙の左側の部分に書き，それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後，問題冊子，解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $2^{2x+1} + 5 \cdot 2^x - 3 = 0$ を解け。

(2) $x < 0$ の範囲において、次の関数の増減を調べ、極値を求めよ。

$$y = |x|\sqrt{2-x^2}$$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ であることを用いて、次の極限値を求めよ。ただし、対数は自然対数とする。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^4} \{\log(x^2 + x^3) - \log x^2\}$$

2

座標空間に4点 $A(0, 1, 0)$, $B(\sqrt{3}, 2, 0)$, $C(\sqrt{3}, 2, 1)$,

$D(-1, 1 + \sqrt{3}, 0)$ がある。線分 DC を $t : (1 - t)$ に内分する点を P とする
(ただし, $0 < t < 1$)。次の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ および $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 3点 A, B, C が定める平面上に点 H を, $\overrightarrow{PH}$ が $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ の両方と垂直になるようにとる。 $\overrightarrow{AH} = u \overrightarrow{AB} + v \overrightarrow{AC}$ と表すときの実数 u, v を求めよ。
- (3) 点 P を中心とする半径 r の球が, 3点 A, B, C が定める平面に接するように点 P を定める。このときの t の値を r で表せ(ただし, $r < 2$)。

3

座標平面上に 2 点 A, B を以下のようにとる。

x 軸の正の部分を開始とし,

角 θ の動径と原点 O を中心とする半径 2 の円との交点を A とし,

角 2θ の動径と原点 O を中心とする半径 1 の円との交点を B とする。

さらに, A に最も近い x 軸上の点を P とし, B に最も近い x 軸上の点を Q とする。ただし, A が x 軸上にあるときは A 自身を P とし, B が x 軸上にあるときは B 自身を Q とする。次の問いに答えよ。

- (1) $0 < \theta < \pi$ の範囲で三角形 OAB の面積と辺 AB の長さを θ で表せ。
- (2) $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で線分 PQ の長さを θ で表せ。
- (3) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で線分 PQ の長さの最大値と, その時の θ の値を求めよ。
- (4) $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で線分 PQ の長さが $\frac{5}{4}$ となるときの $\cos \theta$ の値を求めよ。

4 $x \geq 0$ の範囲で、2つの関数

$$f(x) = x\sqrt{x}, \quad g(x) = x\sqrt{e^{x-1}}$$

を考える。次の問いに答えよ。

- (1) a を正の定数とすると、定積分 $\int_0^a f(x) dx$ を求めよ。
- (2) $1 \leq x \leq 3$ における曲線 $y = f(x)$ の長さを求めよ。
- (3) 不等式 $f(x) \leq g(x)$ が成り立つことを示せ。また、等号が成り立つときの x の値を求めよ。
- (4) 2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

5 $\int_0^a (e^x + e^{-x}) dx = 2$ を満たすように定数 a をとり、関数 $f(t)$ を

$$f(t) = \int_0^{at} (e^x + e^{-x}) dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) $f(2)$ および $f(3)$ の値を求めよ。
- (3) 正の整数 n に対し、 n が奇数ならば $f(n)$ は整数になることを示せ。

