数　　学

200点

9時00分 ～ 10時30分 (90分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は，[1]から[5]までの5問がある。出願時の申告に従って次の通り計4問を選択し，解答しなさい。

「**数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B**」を選択した者(受験票に「数学」の表示がある者)は，[1]，[2]，[3]，[4]の4問を解答すること。

「**数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B**」を選択した者(受験票に「数学(Ⅲを含む)」の表示がある者)は，[1]，[2]，[3]，[5]の4問を解答すること。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	[1]，[2]，[3]，[4]
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	[1]，[2]，[3]，[5]

3. 解答用紙は4枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。なお，「[4]または[5]」と印刷されている解答用紙については，選択した問題番号を○で囲みなさい。
4. 解答開始の合図があった後に，必ず解答用紙のすべてに，**本学の受験番号**を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

1 次の問いに答えよ。

(1) 2進法で $11101011_{(2)}$ と表される数を5進法で表せ。

(2) 三角形OABにおいて，辺OAを1：2に内分する点をC，辺OBを1：3に内分する点をD，線分ADの中点をEとする。また，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。このとき，$\overrightarrow{CE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) 1個のさいころを投げて出た目を a とするとき，2次方程式

$$x^2-ax+2a-3=0$$

が実数の解をもつ確率を求めよ。

2 初項が5である等差数列$\{a_n\}$と，初項が2である等比数列$\{b_n\}$がある（$n=1,2,3,\cdots\cdots$）。数列$\{c_n\}$が$c_n=a_n-b_n$，$c_2=5$，$c_3=-1$，$c_4=-31$で定められるとき，次の問いに答えよ。

(1) 数列$\{a_n\}$の公差dと数列$\{b_n\}$の公比rを求めよ。

(2) 数列$\{c_n\}$の一般項を求めよ。

(3) 数列$\{c_n\}$の初項から第n項までの和S_nを求めよ。

3 ある自然数の3乗になっている数を立方数と呼ぶことにする。例えば，$1=1^3$，$8=2^3$，$216=6^3=2^3\cdot 3^3$ などは立方数である。自然数 $m=25920$ について，次の問いに答えよ。

(1) mn が立方数となる最小の自然数 n を求めよ。

(2) m の正の約数で，かつ立方数でもあるものの個数を求めよ。

(3) $2^k m$ の正の約数で，かつ立方数でもあるものが12個となるような自然数 k のうち，最大のものを求めよ。

次の2問 $\boxed{4}$，$\boxed{5}$ のうちから，**表紙の注意事項2．**に指示されているように出願時の申告に従って次の通り**1問を選択**し，解答せよ。

選択した科目	受験票の表示	解答する問題
数Ⅰ・数Ⅱ・数A・数B	数学	$\boxed{4}$
数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A・数B	数学(Ⅲを含む)	$\boxed{5}$

$\boxed{4}$ $x<0$ の範囲において，直線 l が
放物線 $C_1 : y = -\dfrac{1}{2}x^2 - r$ と円 $C_2 : x^2 + y^2 = r^2$
の両方に接している。ただし，$r>0$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 円 C_2 に接する直線の方程式を $ax + by + c = 0$ とするとき，r を a，b，c を用いて表せ。ただし，a，b，c は定数とする。

(2) $r = 1$ のとき，直線 l の方程式を求めよ。

(3) $r = 1$ のとき，直線 l と放物線 C_1 および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{5}$ 曲線 $C : y = \log 2x$ について，次の問いに答えよ。ただし，log は自然対数とする。

(1) 原点を通り，曲線 C に接する直線 l の方程式を求めよ。

(2) 設問(1)で求めた接線 l と x 軸および曲線 C で囲まれた図形の面積を求めよ。