

数 学

300 点

9 時 00 分 ～ 10 時 30 分 (90 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は、1 から 4 までの計 4 問です。1 から 4 のすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は 4 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答開始の合図があった後に、必ず解答用紙のすべてに、本学の受験番号を記入しなさい。
5. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
7. 試験終了後、問題冊子及び解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

(1) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき, $\sin 2x = \cos x$ を満たす x をすべて求めよ。

(2) 座標平面において, 直交する 2 直線

$$l: 5\sqrt{3}x - 7y - 12 = 0, \quad m: 7x + 5\sqrt{3}y + 53 = 0$$

の交点を A とし, 点 $(35, 25\sqrt{3})$ を B とする。点 B から直線 l におろした垂線の足を C, 点 B から直線 m におろした垂線の足を D とするとき, 長方形 ACBD の面積を求めよ。

(3) 自然数 n に対し, $S_n = \sum_{k=1}^n k(3k-2)$ とするとき, S_n が 32 の倍数となるような最小の n の値を求めよ。

2

四面体 OABC において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおき、

$$|\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 1, \quad |\vec{c}| = 3,$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 1$$

とする。線分 OA を $t : (1 - t)$ に内分する点を P とし、線分 BC を $t : (1 - t)$ に内分する点を Q とする。ただし、 t は $0 < t < 1$ を満たす実数とする。さらに、線分 PQ を $1 : 2$ に内分する点を R とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OR}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ と t を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{OR}| = |\overrightarrow{BR}|$ のとき、 t の値を求めよ。

(3) $|\overrightarrow{OR}| = |\overrightarrow{BR}|$ のとき、三角形 OBR の面積を求めよ。

3

次のような 3 つのサイコロがある。

サイコロ A (正六面体) : 1 から 6 までのどの目が出る確率も等しい。

サイコロ B (正八面体) : 1 から 8 までのどの目が出る確率も等しい。

サイコロ C (正二十面体) : 1 から 20 までのどの目が出る確率も等しい。

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) サイコロ A とサイコロ B を同時に振ったとき、2 つの出た目が等しい確率を求めよ。
- (2) サイコロ B とサイコロ C を同時に振ったとき、2 つの出た目の積が 3 の倍数となる確率を求めよ。
- (3) 3 つのサイコロ A, B, C を同時に振ったとき、3 つの出た目がすべて 3 以上である確率を求めよ。
- (4) 3 つのサイコロ A, B, C を同時に振ったとき、3 つの出た目の最小値が 3 である確率を求めよ。

4

関数 $f(x) = -4x^3 + 3x + 1$ に対し、曲線 $y = f(x)$ を C とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 区間 $-1 \leq x \leq 2$ における $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点のうち、(1)で求めた最小値を y 座標とする点を P とする。また、曲線 C と x 軸の接点を Q とする。曲線 C と線分 PQ で囲まれた図形を x 軸で2つに分けたとき、 x 軸より下側の部分の面積を求めよ。

