

数 学

学 科(コース)	配 点
化学・生命理工学科, 物理・材料理工学科, システム創成工学科(機械科学コース, 社会基盤・環境コース)	300 点
システム創成工学科(電気電子通信コース, 知能・メディア情報コース)	400 点

9 時 30 分 ～ 11 時 30 分 (120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで, この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題は, [1] から [5] までの計 5 問です。[1] から [5] までのすべてを解答しなさい。
3. 解答用紙は, [1] から [5] までの計 5 枚です。解答は問題番号が印刷されている解答用紙に記入しなさい。
4. 解答用紙の表紙は, 計算用紙として適宜利用してよい。
5. 解答開始の合図があった後に, 必ず解答用紙のすべてに, 本学の受験番号を記入しなさい。
6. 各解答用紙は, 紙面の中央に印刷された縦線によって, 左側と右側の二つの部分に分けられています。解答は, まず用紙の左側の部分に書き, それから右側の部分に続けなさい。
7. 印刷不鮮明及びページの落丁・乱丁等に気づいた場合は, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
8. 問題冊子の余白等は適宜利用してよい。
9. 試験終了後, 問題冊子, 解答用紙の表紙は持ち帰りなさい。

1

次の問いに答えよ。

- (1) 座標平面において、点 $Q(0, 2)$ を中心とした半径 r の円に、原点 O を通る傾き m の直線が接している。半径 r の範囲が $0 < r < 2$ であるとき、 m を r で表せ。
- (2) a, b は $0 \leq a < b$ である定数とする。関数 $y = (x - b)\sqrt{2x - a}$ について、次の問いに答えよ。
- (ア) $y = 0$ となる x の値を x_1, x_2 とする。ただし、 $x_1 < x_2$ であるものとして x_1, x_2 を求めよ。
- (イ) $y' = 0$ となる x の値を x_3 とする。 x_3 を求めよ。
- (ウ) x_3 は、 x_1 と x_2 のどちらにより近いか調べよ。
- (3) 定積分 $\int_{-2}^1 (x + |x| + 2)^2 dx$ を求めよ。
- (4) 初項が 1 で公比が 2 の等比数列 $\{a_n\}$ の初項から第 10 項までの和 S_{10} を求めよ。さらに、得られた十進数を二進数で表せ。

2 曲線 $C: y = e^{-3x}$ 上の点 $A(a, e^{-3a})$ における接線を l とする。 $a > 0$ のとき、次の問いに答えよ。

- (1) 接線 l の方程式を a を用いて表せ。
- (2) 接線 l と x 軸, y 軸によって囲まれる三角形の面積 S を a を用いて表せ。
- (3) 設問(2)で求めた面積 S の最大値と, それを与える点 A の座標を求めよ。

3 以下の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ を求めよ。

(2) 定積分 $\int_0^{\pi} x \sin x \, dx$ を求めよ。

(3) 関数 $y = \pi x + \sin \pi x$ について、 $0 \leq x \leq 1$ の範囲の増減表を作成し、この範囲のグラフをかけ。

(4) 曲線 $y = \pi x + \sin \pi x$ と x 軸および直線 $x = 1$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

4 平面上に相異なる 3 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ があり, それらは同一直線上にはないものとする。次の問いに答えよ。

- (1) 線分 BC の中点 P の位置ベクトル $\vec{p}$ をベクトル $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。また, 線分 BC を 2 : 1 に外分する点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ をベクトル $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) 線分 AP を $(1+t) : t$ に外分する点 R の位置ベクトル $\vec{r}$ を t と $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。ただし, $t > 0$ とする。
- (3) 線分 QR が線分 AB と平行であるときの t を求めよ。ただし, 点 C を原点 (すなわちベクトル $\vec{c} = \vec{0}$) とする。
- (4) 設問(3)において, $\triangle ABC$ の面積が 1 であるときの $\triangle PQR$ の面積を求めよ。

5

絶対値が 1 で偏角が $\frac{\pi}{5}$ の複素数 z について、次の問いに答えよ。

(1) z^5, z^{10} をそれぞれ求めよ。

(2) $1 + z + z^2 + z^3 + \cdots + z^8 + z^9$ を求めよ。

(3) $z^4 - z^3 + z^2 - z$ を求めよ。

