

入 学 試 験 問 題 (1 次)

数 学

平成 19 年 1 月 29 日

9 時 00 分—10 時 10 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は，9 ページである。落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号，氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は，必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については，次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は，草稿用を使用してよい。ただし，切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は，持ち帰ってはならない。

No.					
-----	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $\log_x(2x^3 - 2x^2 - 29x - 42) = 3$ の解を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓚ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓜ 6 | Ⓖ 7 | Ⓗ 8 | Ⓡ 9 |

2 $2^a = 32^b = x^c$ ($abc \neq 0, x > 0$) の時、 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$ となるとする。
 x の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓚ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓜ 6 | Ⓖ 7 | Ⓗ 8 | Ⓡ 9 |

3 $t + \frac{1}{t} = 5$ ($t > 0$) の時、 $\frac{1}{22}(t^3 + \frac{1}{t^3})$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| Ⓐ 0 | Ⓚ 1 | Ⓒ 2 | Ⓓ 3 | Ⓔ 4 |
| Ⓕ 5 | Ⓜ 6 | Ⓖ 7 | Ⓗ 8 | Ⓡ 9 |

- 4 多項式 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ を $x^2 + 3x + 1$ で割った時の商と余りが、それぞれ $x + 2$ 、 $2x - 1$ となる時、 $(b - a - c)$ の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 5 $abc = n$ の時、 $\frac{3a}{ab + a + 1} + \frac{3nb}{bc + nb + n} + \frac{3c}{ca + c + n}$ の値を求めよ。
ただし、 a 、 b 、 c はすべて自然数とする。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 6 n を自然数とする時、 $\frac{4n+1}{2n-1}$ は整数値 a をとるものとする。 a の最大値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

7 $f(x) = 3 \sin x + 4 \cos x + a \sin(x + \theta)$ が x の値にかかわらず 0 になる時、
 $\frac{a^2 \sin \theta \cos \theta}{6}$ の値を求めよ。ただし、 a, θ は定数とし、 $a > 0$ であるとする。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

8 $\tan \theta = 5$ の時、 $\frac{25}{2} \left(\frac{1}{1 + \sin \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 - \cos \theta} \right)$ の値
 は、 a となる。 $\frac{\sqrt{a}}{13}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

9 A, B はともに 90° より小さい正の角とする。 $3 \sin^2 A + 2 \sin^2 B = 1$,
 $3 \sin 2A - 2 \sin 2B = 0$ の時、 $A + 2B$ は 15° の何倍になるか。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

10 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の時, $f(\theta) = (\sin 2\theta)^2 + 4 \sin \theta \cos \theta + 5$ の最大値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

11 2つの点 $\left(4, \frac{1}{2}\right)$, $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ を通る直線と放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ との最短距離を a とする。 $\frac{2}{5}a^2$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

12 12本のくじの中に a 本の当りくじがあるとする。この中から同時に2本のくじを引くものとする。2本ともはずれる確率が $\frac{14}{33}$ となる時, a の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 13 1 から 10 までの番号が 1 つずつ書かれたカード 10 枚が入った箱がある。この箱から 5 枚のカードを同時に取り出すこととする。取り出した番号の最大値が 9 となる確率を a ，取り出した番号の最大値が 8 となる確率を b とした時， $\frac{a}{b}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 14 7 つの数字 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 について考える。この 7 つの数字から 4 つの数字をとってできる 4 桁の数の個数を N とし，そのうち両端が奇数である 4 桁の数の個数を M とする。 $\frac{N}{M}$ の値を求めよ。ただし，1 つの数字は 1 度しか使わないものとする。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 15 $x + y + z + u = 10$ を満足し， x, y, z, u が自然数である解の組の総数を N とし， $x + y + z = 8$ を満足し， x, y, z が自然数である解の組の総数を M とする。 $\frac{N}{M}$ の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 16 $\triangle ABC$ の辺 AB 上に点 P をとり、 BP の中点を Q とする。 P 、 Q から BC に平行な線をひき、 AC との交点をそれぞれ S 、 R とする。 $\triangle ABC$ の面積を 24 とする時、四角形 $PQRS$ の面積の最大値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 17 3 辺の長さが 4, 5, 7 である三角形の内接円の半径を r とする。 $4r^2$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 18 $b \leq a \leq c$ の時、円 $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ と直線 $2x - y + a = 0$ は共有点をもつものとする。 $|bc|$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 19 2つの点、 $A(a, 3)$ 、 $B(1, -1)$ を直径の両端とする円Cは y 軸に接している。円Cが x 軸と交わる点をPおよびQとし、線分PQの長さを b とする。
 $(b^2 - a^2)$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 20 2つの実数 a 、 b が $a^2 + b^2 = 4$ を満たしながら変化する時、2つの直線
 $ax + by = 6$ 、 $bx - ay = -8$ の交点は、ある円の円周上を動く。この円の半径の
 値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 21 直線 $y = mx + 2$ は、曲線 $y = x^3 - 5x^2 + 8x + 11$ と接し、接点とは異なる点
 で交わる。 m の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 22 関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 4$ ($a > 0$) の極大の位置を点 $A(p, f(p))$ 、極小の位置を点 $C(q, f(q))$ とする。この 2 点と、点 $B(p, f(q))$ 点 $D(q, f(p))$ から、四角形 $ABCD$ を作るものとする。四角形 $ABCD$ が正方形となるように a を定めた時、四角形 $ABCD$ の面積の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 23 2 つの曲線 $y = -x^3 + a$ 、 $y = -x^2 + bx + c$ は、点 $(-1, 2)$ で接線を共有している。 $(a - b - c)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 24 3つの放物線 $C1 : y = x^2 - 6x + 10$, $C2 : y = -x^2 + ax + b$,
 $C3 : y = -x^2 + mx + n$ について考える。 $C1$ と $C2$ は点 $P(-1, 17)$,
 $C1$ と $C3$ は点 $Q(5, 5)$ でそれぞれ接するものとする。
 $C2$ と $C3$ の交点を R とし, $\triangle PQR$ の面積を S とした時, $\frac{S}{9}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 25 $f(x) = \int_0^x |t^2 - 4xt + 8| dt$ とする。 $0 \leq x \leq \frac{7}{5}$ の時, $f(x)$ の最大値を M とする。 $\frac{45}{256} M^2$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |