

入 学 試 験 問 題 (1 次)

数 学

平成 20 年 1 月 28 日

9 時 00 分—10 時 10 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

No.					
-----	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 実数 x に対して、 $2 \times 5^x + 8 \times 5^{-x} - 5$ の最小値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

2 2次方程式 $x^2 + (2 \log_{10} 5)x + \log_{10} 2.5 = 0$ の2つの解を α, β とする。
 $2(10^\alpha + 10^\beta)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

3 3つの実数 x, y, z について、
 $\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{7} (x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$ が成立している時、
 $x^2 + y^2 + z^2$ の最小値を m とする。 $49m$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

4 $\triangle ABC$ において、 $\angle B = 30^\circ$ 、 $\angle C = 45^\circ$ 、外接円の半径が10 となるとする。

$\triangle ABC$ の面積を S とした時、 $\frac{S}{5(\sqrt{3} + 1)}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

5 底面が1 辺の長さ6 の正方形で、高さが4 の正四角錐のすべての面に内接する球の体積を V とする。 $\frac{2V}{\pi}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

6 1 辺の長さが $(\sqrt{5} - 1)$ である正五角形の対角線1 本の長さを求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

- 7 鋭角三角形 ABC ($\angle A = 45^\circ$) について考える。A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC との交点を H とする。BH = 2, HC = 3 の時, AH の長さを求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 8 $\triangle ABC$ の辺 BC, AC, AB の長さをそれぞれ a, b, c とし, $\angle A = 2\theta$, $\angle B = 3\theta$, $\angle C = 4\theta$ に定めることとする。 $\frac{4(a+c)}{b \cos \theta}$ の値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 9 θ を任意の角度とする時, $4a \sin \theta = 15 + 3a \cos \theta$ を満たす $|a|$ の最小値を求めよ。

ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 10 $\sin \theta - \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ の時, $\frac{1}{(\sin^3 \theta + \cos^3 \theta)^2} = \frac{8a}{27}$ となる。
 a の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 11 $f(\theta) = 4 \sin^2 \theta + 6 \sin \theta \cos \theta + 2 \cos^2 \theta$ の最大値を M とする。
 $\frac{(M-3)^2}{2}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 12 点 $(a+2, 2a-1)$ を頂点とする放物線 $C: y = x^2 + px + q$ について考える。放物線 C は, a が変化するにしたがって, 直線 $y = mx - n$ に接しながら動くものとする。 n の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 13 円 $C: (x+5)^2 + y^2 = 89$ と直線 $L1: x+y=8$ との交点を通り、
直線 $L2: x=-3$ に接する半径 $p, q (p > q)$ の2つの円が存在する時、
 $\frac{p-q}{2}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 14 3直線 $2x-y+4=0$, $5x-4y-k=0$, $x+ky+22=0$ が同一の点で交わる時、 $k (k > 0)$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 15 3次方程式 $x^3 + 2px^2 + 3qx + r = 0$ の2つの解の和が0である時、
 $\frac{r}{pq}$ の値を求めよ。ただし、 p, q, r はすべて0でない実数とする。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 16 $x^2 + px + q = 0$ の2つの解を α, β とする。 $x^2 - px - q = 0$ の2つの解が, $\alpha - 1, \beta - 1$ となる時, q の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 17 $\frac{x-a}{x^2+x+1} > \frac{x-b}{x^2-x+1}$ を満たす x (実数とする) の範囲が $\frac{1}{2} < x < 1$ である時, a の値を求めよ。

- ア 0 カ 1 サ 2 タ 3 ナ 4
 ハ 5 マ 6 ヤ 7 ラ 8 ワ 9

- 18 数字 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6 がそれぞれ書かれた 9 枚のカードを左から 1 列に並べ、9 桁の自然数を作ることとする。奇数がすべて左から奇数番目にあるような異なる自然数の総数を X とする。 $\frac{X}{40}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

- 19 3 個の袋 A, B, C がある。A には白球 4 個と赤球 1 個、B には白球 3 個と赤球 1 個、C には白球 2 個と赤球 1 個がそれぞれ入っている。これらの袋からそれぞれ 1 個の球を取り出し、2 個以上が赤球である確率を p とする。 $30p$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

- 20 6 個の数字、0, 1, 2, 3, 4, 5 をそれぞれ 1 回ずつ使用して、6 桁の整数を作るものとする。これらの 6 桁の整数すべてを小さい順に並べる時、321450 は a 番目になる。 $(300 - a)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

- 21 放物線 C を $y = -x^2 + 2x + 1$ とする。点 $(2, 5)$ から C にひいた 2 本の接線と C とで囲まれる部分の面積を S とする。 $\frac{3S}{2}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 22 関数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + (a^2 - 40)x$ ($a \neq 0$) は $x = 2$ で極小となり、 $x = 3$ で極大となる。 $\frac{|ab|}{10}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 23 2 つの放物線、 $C1: y = x^2 + 2x + 4$ 、 $C2: y = -2x^2 + 1$ について考える。
 $C1$ 、 $C2$ の両方に接する直線のなかでの最大の傾きを m とする。 m の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 24 3次関数 $f(x) = x^3 - 3px + p$ の極大値が正、極小値が負になる時、
 実数 $p (p > 0)$ は $p > \frac{1}{A}$ の条件を満たさなければならない。 A の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 25 2つの放物線 $y = 2x^2 - 5x + 5$, $y = -x^2 + px + q$ は、点 $(1, 2)$ で交わる。

関数 $f(x)$ を $0 \leq x \leq 1$ で $f(x) = 2x^2 - 5x + 5$,

$1 \leq x \leq 2$ で $f(x) = -x^2 + px + q$ とする。

$\int_0^2 f(x) dx = \frac{10}{3}$ となる時、 q の値を求めよ。

- (ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (チ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9