

# 入 学 試 験 問 題 (1 次)

## 数 学

平成 21 年 1 月 26 日

9 時 00 分—10 時 20 分

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

|     |  |  |  |  |  |
|-----|--|--|--|--|--|
| No. |  |  |  |  |  |
|-----|--|--|--|--|--|

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1  $(\log_{10} \frac{x}{2})(\log_{10} \frac{x}{4}) = 1$  の 2 つの解の積の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

2  $\log_x y^2 + \log_y x^2 = 5$  および  $x - 2y = 3$  が成立しているとき、 $x$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

3  $1201^{124}$  の百の位の数値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

4 2次方程式  $x^2 + px + q = 0$  ( $q > 0$ ) の2つの解を  $\alpha, \beta$  とする。  $\alpha^2 + \beta^2 = 3$   
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$  のとき,  $q$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

5 2次方程式  $x^2 - kx + 4k = 0$  (ただし  $k$  は整数) が2つの整数解をもつとする。  
 整数  $k$  の最小値を  $m$  とする,  $|m|$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

6 直線  $(3k + 1)x + (4k - 3)y + 6k + 2 = 0$  は  $k$  の値に無関係な定点  $(a, b)$  を  
 通る。  $b$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

7  $y$  軸上の2つの点,  $A(0, 2)$ ,  $B(0, 8)$ と $x$ 軸上の点 $P(a, 0)$  ( $a > 0$ )について考える。 $\angle APB$ を最大とする $a$ の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

8 すべての内角が $180^\circ$ 未満である四角形 $ABCD$ について考える。辺の長さは,  
 $AB = BC = \sqrt{20}$ ,  $AD = 2\sqrt{20}$ であり,  $\triangle ADC$ の面積は,  $\triangle ABC$ の面積の2倍になるとする。 $\angle CAB = \theta$ としたとき,  $\cos \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ となる。 $CD$ の長さを求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

9 三角形 $ABC$ において,  $AB = 8\sqrt{2}$ ,  $\angle A = 75^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ である時, 辺 $BC$ の長さを $a$ とする。 $(\frac{a}{4} - \sqrt{2})^2$ の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 10  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 8$ ,  $AC = 5$  である  $\triangle ABC$  の内心を  $I$  とする。  $\triangle ABC$  の面積を  $S_1$ ,  $\triangle BIC$  の面積を  $S_2$  としたとき,  $\frac{7S_1}{10S_2}$  の値を求めよ。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 11 平行四辺形  $ABCD$  において,  $AB = CD = 5$ ,  $BC = DA = 7$ , 対角線  $BD = 8$  であるとき, 平行四辺形  $ABCD$  の面積を  $S$  とする。  $\frac{S^2}{200}$  の値を求めよ。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 12 放物線  $C1 : y = kx^2 - 3$  ( $k > \frac{1}{6}$ ,  $k$  は実数) と円  $C2 : x^2 + y^2 = 9$  について考える。  $C1$  と  $C2$  は, 点  $P(0, -3)$  以外で, 異なる 2 つの点,  $Q$  および  $R$  で交わる。  $\angle RPQ = 30^\circ$  となるとき,  $(\frac{3}{2}k - 2)^2$  の値を求めよ。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 13 円  $x^2 + y^2 - 4x - y + 4 = 0$  と直線  $y = x - 1$  との交点を P, Q とする。  
弦 PQ の長さを  $a$  とするとき,  $2a^2$  の値を求めよ。

ア 0              カ 1              サ 2              タ 3              ナ 4  
 ハ 5              マ 6              ヤ 7              ラ 8              ワ 9

- 14 円  $C: x^2 + y^2 = 2$ , 直線  $L: (\cos \theta)x + (\sin \theta)y = \frac{1}{2}$  について考える。  
(0, 3) を点 A とし, 円 C と直線 L の相異なる 2 つの交点を P, Q とする。  
 $\triangle APQ$  の面積の最大値を M とするとき,  $\frac{4M}{\sqrt{7}}$  の値を求めよ。ただし,  
 $0 \leq \theta < 360^\circ$  とする。

ア 0              カ 1              サ 2              タ 3              ナ 4  
 ハ 5              マ 6              ヤ 7              ラ 8              ワ 9

- 15 点 (2, 2) を通る直線 L と放物線  $y = x^2 - 2x + 1$  が相異なる 2 つの点 P, Q で  
交わるものとする。P, Q から  $x$  軸に下ろした垂線と  $x$  軸との交点をそれぞれ A,  
B とする。線分 AB の長さの最小値を求めよ。

ア 0              カ 1              サ 2              タ 3              ナ 4  
 ハ 5              マ 6              ヤ 7              ラ 8              ワ 9

- 16  $x$  軸上の点  $(t, 0)$  ( $t > 0$ ) から 2 つの直線,  $3x - 4y + 10 = 0$ ,  
 $12x + 5y + 5 = 0$  に下ろした垂線の長さが等しいとき,  $t$  の値を求めよ。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 17 半径  $r$  の円  $C_1$  の周上に 1 点  $A$  がある。  $A$  を中心とする円  $C_2$  が円  $C_1$  の  
 直径  $AB$  と交わる点を  $R$ , 円  $C_1$  と交わる点を  $P, Q$  とする。  
 四角形  $APRQ$  の面積の最大値を求めよ。ただし,  $r^2 = \frac{9}{\sqrt{3}}$  とする。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 18 3 個のサイコロを同時に投げるとき, 出た目の最小値が 2 となる確率を  $p$  とし,  
 出た目の最小値が 4 となる確率を  $q$  とする。  $36(p - q)$  の値を求めよ。

(ア) 0              (カ) 1              (サ) 2              (タ) 3              (チ) 4  
 (ハ) 5              (マ) 6              (ヤ) 7              (ラ) 8              (ワ) 9

- 19 1から9までの数字が順に書かれた9枚のカードがある。この中から3枚のカードを同時に取り出すとき、3枚のカードの数字の積が3と5の公倍数になる確率を $p$ とする。14 $p$ の値を求めよ。

Ⓐ 0      Ⓚ 1      Ⓢ 2      Ⓣ 3      Ⓣ 4  
Ⓕ 5      Ⓜ 6      Ⓨ 7      Ⓡ 8      Ⓡ 9

- 20 7個の白いボールと4個の赤いボールを1列に並べるものとする。赤いボールが隣り合わない確率を $p$ とすると、33 $p$ の値を求めよ。

Ⓐ 0      Ⓚ 1      Ⓢ 2      Ⓣ 3      Ⓣ 4  
Ⓕ 5      Ⓜ 6      Ⓨ 7      Ⓡ 8      Ⓡ 9

- 21 3次方程式 $x^3 + x^2 + (k+1)x - k - 3 = 0$  (ただし $k$ は整数)は実数解を1個だけもつとする。整数 $k$ の最小値を $m$ とすると、 $|m|$ の値を求めよ。

Ⓐ 0      Ⓚ 1      Ⓢ 2      Ⓣ 3      Ⓣ 4  
Ⓕ 5      Ⓜ 6      Ⓨ 7      Ⓡ 8      Ⓡ 9

22 関数  $f(x) = -x^3 + ax^2 + ax + 2$  がすべての区間で極値をとらないとき、 $a$  のとりうる値の範囲は、 $m \leq a \leq n$  である。 $n$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

23  $(x-1)(x-2)(x-3) = k$  が3つの異なる実数解をもつために、とりうる実数  $k$  の範囲は、 $m < k < M$  となる。 $\frac{27}{2} |mM|$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 24 関数  $f(x) = x^3 + px^2 + qx$  は原点以外の点で  $x$  軸に接し、極小値は  $-4$  になるものとする。 $q$  の値を求めよ。

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |

- 25 曲線  $y = |x^2 - 4x + 3|$  と、3つの直線  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 5$  とで囲まれる面積を  $S$  とする。 $|S - \frac{1}{3}|$  の値を求めよ。

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ア 0 | カ 1 | サ 2 | タ 3 | ナ 4 |
| ハ 5 | マ 6 | ヤ 7 | ラ 8 | ワ 9 |