

入 学 試 験 問 題 (1 次)

数 学

平成 24 年 1 月 23 日

9 時 00 分—10 時 20 分

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いて見てはならない。
- 2 この冊子は、9 ページである。落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出よ。
- 3 解答には必ず黒鉛筆(またはシャープペンシル)を使用せよ。
- 4 解答用紙の指定欄に受験番号、氏名を忘れずに記入せよ。
- 5 解答は、必ず解答用紙の所定の解答欄に記入せよ。
- 6 解答の記入の仕方については、次ページ冒頭および解答用紙に書いてある注意に従え。
- 7 この冊子の余白は、草稿用に使用してよい。ただし、切り離してはならない。
- 8 解答用紙およびこの問題冊子は、持ち帰ってはならない。

No.					
-----	--	--	--	--	--

上の枠内に受験番号を記入せよ。

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なものを一つだけ選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

1 $\frac{1}{2} \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \right)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

2 $(a^3 + 4a^2b - ab^2 + 3b^3)(-a^4 + 2a^3b + 3a^2b^2 + b^4)$ を展開するとき、 a^4b^3 の係数の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

3 等式 $\frac{4}{1-x^4} = \frac{A}{1-x} + \frac{B}{1+x} + \frac{C}{1+x^2}$ が x についての恒等式となるように、定数 A , B , C を定める。定数 C の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

4 連続する3つの自然数 n , $n + 1$, $n + 2$ について考える。

$n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 = 245$ となるとき, n の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

5 方程式 $\log_2(x - 5) = \log_4(x - 3)$ を解け。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

6 方程式 $25^x - 50 \cdot 5^{x-2} + 1 = 0$ を解け。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

7 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{4}{5}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$) のとき, $\cos(\alpha + \beta) = \gamma$ となる。 $25(\gamma + 1)$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉞ 0 | ㉜ 1 | ㉝ 2 | ㉞ 3 | ㉟ 4 |
| ㊱ 5 | ㊲ 6 | ㊳ 7 | ㊴ 8 | ㊵ 9 |

8 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ のとき, $-\frac{8}{13}(\tan^3 \theta + \frac{1}{\tan^3 \theta})$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉞ 0 | ㉜ 1 | ㉝ 2 | ㉞ 3 | ㉟ 4 |
| ㊱ 5 | ㊲ 6 | ㊳ 7 | ㊴ 8 | ㊵ 9 |

9 関数 $y = 2 \cos \theta - \sin^2 \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) の最大値を M , 最小値を m とする。
($M + m$) の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉞ 0 | ㉜ 1 | ㉝ 2 | ㉞ 3 | ㉟ 4 |
| ㊱ 5 | ㊲ 6 | ㊳ 7 | ㊴ 8 | ㊵ 9 |

- 10 x, y が 3 つの不等式: $2x + y \geq 0$, $x + 2y \leq 6$, $4x - y \leq 6$ を満たすとき,
 $y - x$ の最大値を求めよ。

ア 0	カ 1	サ 2	タ 3	ナ 4
ハ 5	マ 6	ヤ 7	ラ 8	ワ 9

- 11 放物線 $C: y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c は実数, $a \neq 0$) について考える。C を
 x 軸方向に 4, y 軸方向に -2 , それぞれ平行移動させると, $y = x^2 - 6x + 4$ に
重なる。 b の値を求めよ。

ア 0	カ 1	サ 2	タ 3	ナ 4
ハ 5	マ 6	ヤ 7	ラ 8	ワ 9

- 12 放物線 $C: y = x^2 - 2$ と直線 $L: y = m(2x - 3)$ (m は実数) について考える。
C と L が相異なる 2 点で交わる時, m のとり得る値の範囲は, $m < a$,
 $m > b$ ($a < b$) となる。 b の値を求めよ。

ア 0	カ 1	サ 2	タ 3	ナ 4
ハ 5	マ 6	ヤ 7	ラ 8	ワ 9

- 13 三角形 ABC において、頂点の座標を、 $A(6, -5)$, $B(-4, -1)$, $C(a, b)$ とする。この三角形 ABC の重心の座標が $(4, 1)$ となるとき、 $(a - b)$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 14 辺 BC, CA, AB のそれぞれの長さが、2, 6, 6 となる三角形 ABC について考える。この三角形 ABC の内接円の半径を r , 外接円の半径を R としたとき、 $\frac{18r}{R}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 15 辺 BC, CA, AB のそれぞれの長さが、6, 5, 7 となる三角形 ABC について考える。 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とし、線分 AD の長さを L とするとき、 $\frac{12L}{\sqrt{105}}$ の値を求めよ。

(ア) 0 (カ) 1 (サ) 2 (タ) 3 (ナ) 4
 (ハ) 5 (マ) 6 (ヤ) 7 (ラ) 8 (ワ) 9

- 16 円 $C: x^2 + y^2 + 2x - 6y + k = 0$ について考える。原点 O から C に引いた 2 本の接線が直交するとき、 k の値を求めよ。

㉠ 0	㉡ 1	㉢ 2	㉣ 3	㉤ 4
㉥ 5	㉦ 6	㉧ 7	㉨ 8	㉩ 9

- 17 直線: $2x - y + 3 = 0$ と円: $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 10 = 0$ との相異なる 2 つの交点を A , B とする。線分 AB の長さを a とするとき、 $\sqrt{5}a$ の値を求めよ。

㉠ 0	㉡ 1	㉢ 2	㉣ 3	㉤ 4
㉥ 5	㉦ 6	㉧ 7	㉨ 8	㉩ 9

- 18 2 直線: $4x + 3y - 14 = 0$, $x - 3y - 11 = 0$ の交点を通り、
直線: $x - y + 4 = 0$ と直交する直線を $ax + y - b = 0$ (a , b は実数) とする。
($a + b$) の値を求めよ。

㉠ 0	㉡ 1	㉢ 2	㉣ 3	㉤ 4
㉥ 5	㉦ 6	㉧ 7	㉨ 8	㉩ 9

- 19 箱の中に赤玉 10 個と白玉 90 個が入っている。この箱から 4 個の玉を同時に取り出すこととする。1 個が赤玉で 3 個が白玉である確率を p とすると、

$$\frac{1}{n+1} < p < \frac{1}{n} \quad (n \text{ は自然数}) \text{ の関係が成立する。} n \text{ の値を求めよ。}$$

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 20 大小 2 つのサイコロを同時に投げる試行について考える。出た目の積が偶数になる場合が m 通り、出た目の積が 4 の倍数になる場合が n 通りであるとする。

$$\frac{m-n}{6} \text{ の値を求めよ。}$$

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 21 箱の中に 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 の数字が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。箱の中から、カードを同時に 3 枚取り出すとき、3 枚のカードのなかで最大の値が 6 となる確率を p とする。 $\frac{1}{2p}$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 22 関数： $f(x) = x^3 - 9x^2 + 3x$ は、 $x = a$ で極大値をとり、 $x = b$ で極小値をとるものとする(a, b は実数)。 $(a + b)$ の値を求めよ。

Ⓐ 0 Ⓚ 1 Ⓢ 2 Ⓣ 3 Ⓝ 4
Ⓕ 5 Ⓜ 6 Ⓨ 7 Ⓡ 8 Ⓦ 9

- 23 曲線： $y = x^3 + 6x^2 + 6x - 2$ において、傾きが6となる接線は2つ存在する。
2つの接線を $y = 6x + a$ 、 $y = 6x + b$ と表記するとき、 $\frac{a+b}{4}$ の値を求めよ。

Ⓐ 0 Ⓚ 1 Ⓢ 2 Ⓣ 3 Ⓝ 4
Ⓕ 5 Ⓜ 6 Ⓨ 7 Ⓡ 8 Ⓦ 9

- 24 2つの曲線 $C1 : f(x) = x^3 + 3x^2$, $C2 : g(x) = x^3 + 3x^2 + c$ ($c > 0$, c は実数定数)について考える。点 $P(p, f(p))$ における $C1$ の接線と点 $Q(q, g(q))$ における $C2$ の接線が一致するとき ($p \neq q$), $c = -A(p+1)^3$ と表記される。 A の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

- 25 放物線 $y = -2x^2 + 3x - 1$ と x 軸で囲まれる部分の面積を S とする。
 $24S$ の値を求めよ。

- | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

