

(1995 年度)

5 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ, 4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の 2, 3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。
13. 解答用紙（マーク式）の最下段の①の欄には記入しないこと。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各桁の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの桁の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答を所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各桁の欄とも＊にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	●	0	0	0

〔解答記入例 - 26〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	0	0	●	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	●	0	0	0	0

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

問題 **1** の解答は、解答用紙 A（マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙）に記せ。問題 **2** ～ **4** の解答は、マーク用解答用紙にマークで記せ。なお π は円周率である。

1 $0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$ なる実数 a と b が与えられたとする。一次不等式

$$\begin{cases} x + y \leq 1 \\ a^2x + y \leq a \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

で決まる領域を (x, y) が動くときの関数 $bx + ay$ の最大値を $f(a, b)$ とする。

(1) $f\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ を求めよ。

(2) $f(a, b)$ を a, b を用いて表せ。

(3) 横軸に a , 縦軸に b をとった座標平面において、点 $P(a, b)$ は以下の曲線上を動くものとする。

$$f(a, b) = \frac{1}{2}, 0 \leq a \leq 1, 0 \leq b \leq 1$$

このとき、原点と点 $P(a, b)$ を結ぶ線分を対角線とし各辺が座標軸に平行な長方形の面積が最大になるときの a の値を求めよ。

2 xyz 空間内で方程式

$$x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$$

で表される図形を E とする。

(1) E 上の 2 点 $(0, 0, 1)$ と (a, b, c) を通る直線が xy 平面と交わる点を (u, v) とすると、

$$u = \frac{\boxed{\text{ア}} a}{1 + \boxed{\text{イ}} c}, \quad v = \frac{\boxed{\text{ウ}} b}{1 + \boxed{\text{イ}} c}$$

である。

- (2) 点 $(0, 0, 1)$ と xy 平面上の点 (u, v) を通る直線が E と交わる点を (a, b, c) とすると,

$$a = \frac{\boxed{\text{エ}}}{p} u, \quad b = \frac{\boxed{\text{オ}}}{p} v, \quad c = \frac{\boxed{\text{カ}} + u \boxed{\text{キ}} + v \boxed{\text{ク}}}{p}$$

である。ただし

$$p = \boxed{\text{ケ}} + u \boxed{\text{コ}} + v \boxed{\text{サ}}$$

である。

- (3) (2)において点 (u, v) が中心 $(1, -1)$ で半径 2 の円周上を動くときの点 (a, b, c) の軌跡は平面

$$\boxed{\text{シ}} x + \boxed{\text{ス}} y + \boxed{\text{セ}} z = 1$$

上にある。

- (4) (1)において, ある平面 α と E との交わり上を点 (a, b, c) が動くとき, 点 (u, v) の軌跡が xy 平面内の直線になるための必要十分条件は α が点 $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}})$ を通ることである。

3

- (1)

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} \sin^3 t \, dt = \boxed{\text{ツ}}$$

である。

また, 2 倍角の公式と部分積分を使うと

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} t \sin^2 t \, dt = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \pi^2$$

であることがわかる。さらに

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} t^2 \sin t \, dt = \left[-t^2 \cos t \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3}{2}\pi} 2t \cos t \, dt = \boxed{\text{ナ}} \pi$$

となる。

(2) 次のように媒介変数表示される曲線を C とする。

$$\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

傾きが 1 となる曲線 C の接線の C 上の接点を $P(a, b)$ とすると

$a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} \pi + \boxed{\text{ネ}}$ である。また、傾きが -1 である C の接線の C 上の

接点を Q とすると、線分 PQ および C で囲まれた図形の面積は

$\frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \pi + \boxed{\text{ヒ}}$ である。また、この図形を y 軸に関して回転して出来る回

転体の体積は $\boxed{\text{フ}} \pi^3 + \boxed{\text{ヘ}} \pi^2$ である。

4 xy 平面上の原点に碁石を 1 つ置く。さいころを振り、1 または 2 が出たら碁石を x 方向に 1 動かす。3 または 4 が出たら碁石を x 方向に -1 動かす。5 または 6 が出たら碁石を y 方向に 1 動かす。このとき次の問に答えよ。

(1) サイコロを 4 回振ったとき、碁石が原点にある確率は $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{3^4}$ であり、碁石が $(1, 1)$ にある確率は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{3^4}$ である。

(2) サイコロを 10 回振ったとき、碁石が原点にある確率は $\frac{\boxed{\text{ミ}}}{3^8}$ であり、碁石が $(7, 3)$ にある確率は $\frac{\boxed{\text{ム}}}{3^9}$ であり、碁石が $(5, 1)$ にある確率は $\frac{\boxed{\text{メ}}}{3^8}$ であり、碁石が直線 $y = x$ 上にある確率は $\frac{2\boxed{\text{モ}}\boxed{\text{ヤ}}}{3^8}$ である。