

(1996 年度)

4 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ, 4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が、次の 2, 3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので、それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各桁の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの桁の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各桁の欄とも＊にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 3次方程式

$$x^3 + (2a - 1)x^2 - 3(a - 2)x + a - 6 = 0$$

は、 a がどんな値でも $x = \boxed{\text{ア}}$ を解とする。この方程式がちょうど2つの異なる解をもつような a の値は全部で $\boxed{\text{イ}}$ 個である。

2

行列 $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ ($b > 0$) とし、 E を単位行列とする。

(1) $A^2 = E$ ならば $a = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$, $b = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}}{2}$ のとき、 $A^{1998} = \begin{pmatrix} c & d \\ e & f \end{pmatrix}$ とおけば、 $c = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$,
 $e = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

3 空間に4点 $A(3\sqrt{3}, -3, 0)$, $B(0, 6, 0)$, $C(-3\sqrt{3}, -3, 0)$, $D(0, 0, 15)$ がある。

(1) $H(0, 0, \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}})$ ($\boxed{\text{ス}} > 0$) を z 軸上の点とすると,
 $AH = AB$ である。

(2) 3点 A, C, D を含む平面の方程式は

$$\boxed{\text{ソ}}x + \boxed{\text{タ}}y + \boxed{\text{チ}}z - 15 = 0$$

である。

(3) 平面 $\alpha: \sqrt{3}x + y - 2z + 18 = 0$

と直線 AD, BD, CD との交点を, それぞれ P, Q, R とすれば, P の座標は

$$(\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}, \boxed{\text{テ}}, \boxed{\text{ト}}), \text{ 線分 } PQ \text{ の長さは } \boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}},$$

三角形 PQR の面積は $\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

- 4 平面上の点 $(1, \frac{5}{4})$ を通り、傾きが t である直線と放物線 $y = x^2$ との交点を $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ とする。

(1) $x_1 + x_2 = \boxed{\text{ノ}} t + \boxed{\text{ハ}}$, $x_1 x_2 = \boxed{\text{ヒ}} t + \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

- (2) 線分 AB の長さを l とすると,

$$l^2 = \boxed{\text{ホ}} t^4 + \boxed{\text{マ}} t^3 + \boxed{\text{ミ}} t^2 + \boxed{\text{ム}} t + \boxed{\text{メ}}$$

である。したがって、 l は $t = \boxed{\text{モ}}$ のとき最小値をとる。

- (3) この直線と放物線 $y = x^2$ が囲む部分の面積を S とすると,

$$S^2 = \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} \left(t^2 + \boxed{\text{ヨ}} t + \boxed{\text{ラ}} \right)^3$$

である。