

(1996 年度)

6 数 学 問 題

(この問題冊子は 7 ページ, 4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の 2, 3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子を開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机の上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各桁の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの桁の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。（0または正数の場合は、符号欄にマークしない。）

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各桁の欄とも＊にマークせよ。（符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。）

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 桁											1 の 桁										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{メ}}$ に当てはまる数値を答えよ。ただし、 π は円周率とする。

- 1 (1) 図1の丸の中の文字 $a, b, \dots, f$ はすべて数を表わし、その数の2倍に1を加えた値は、線分でつながっている隣の数に等しい。たとえば $2a + 1 = b$, $2b + 1 = a + c$ である。 c を a および e で別々に表わせば、 $e = \boxed{\text{ア}}$ a が得られ、 $a = \boxed{\text{イ}}$, $f = \boxed{\text{ウ}}$ となる。

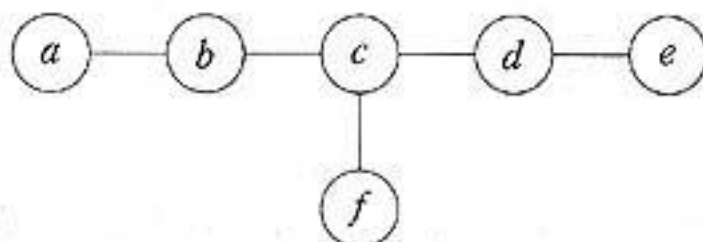


図 1

- (2) 図2の丸の中の文字 $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ は(1)と同じようにすべて数を表わし、その数の2倍に1を加えた値は、線分でつながっている隣の数に等しい。このとき $a_5 = \boxed{\text{エ}}$ $a_1 + \boxed{\text{オ}}$ となり、 $a_{12} = \boxed{\text{カ}}$ $a_1 + \boxed{\text{キ}}$ となる。よって $a_1 = \boxed{\text{ク}}$ である。

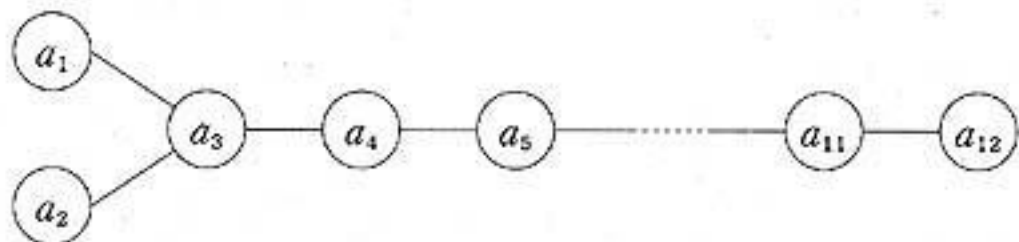


図 2

2

図3のような、1辺の長さが a の立方体がある。辺のBCを含む直線を l とし、頂点Cから頂点Bの方向へ x の距離にある l 上の点をP、頂点Bから頂点Cの方向へ x の距離にある l 上の点をQとする。この立体を、点A, Q, Fを通る平面と、点D, P, Gを通る平面で切断したときにできる立体のうち、頂点Eを含むものの体積を $V(x)$ とする。 $x > a$ とし、線分DPと線分AQの交点をRとすれば、Rと線分BCの中点との距離は

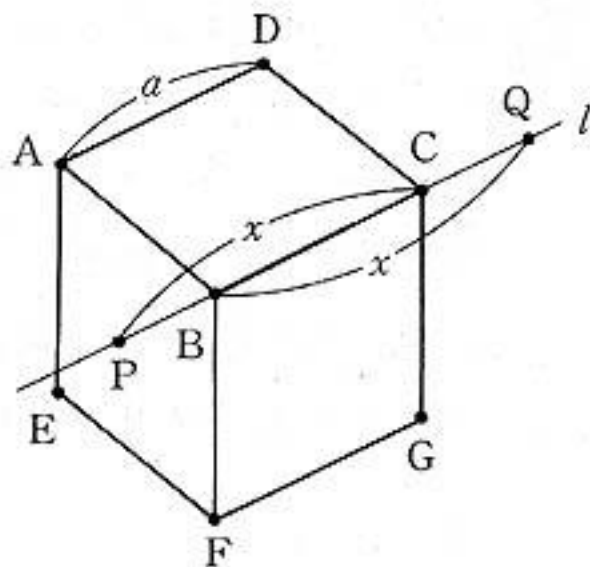


図 3

$$a \left(\boxed{\text{ケ}} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \times \frac{a}{x} \right)$$

であり,

$$V(x) = a^3 \left(\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} + \frac{a}{\boxed{\text{セ}} x} - \frac{a^2}{\boxed{\text{ソ}} x^2} \right)$$

となる。また,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} V(x) = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \times a^3$$

である。

3

曲線 C を図 4 のような $y^2 = x^3 + 1$ のグラフとする。 C 上の点 $P(2, 3)$ での接線 l の傾きは $\square$ ッ であり、この接線 l が C と再び交わる点 Q の座標は $(\square$ テ $\square, \square$ ト $\square)$ である。 x 軸を中心に C と線分 PQ で囲まれた図形を回転すると、回転体の体積は $\frac{\square$ ナ $\square}{\square$ ニ $\square \pi$ となる。

P を通り、 P 以外の点で C に接する直線を l' とする。 l' の傾きを m とすると、接点の x 座標は 2 次方程式を満たすので、 m は

$$m^4 + \square$$
 ヌ $\square (m + \square$ ネ $\square)^2 = 0$

を満たす。この方程式の 2 つの実根を m_1, m_2 とすると

$$m_1 + m_2 = \square$$
 ノ $\square \sqrt{\square$ ハ $\square$

となる。

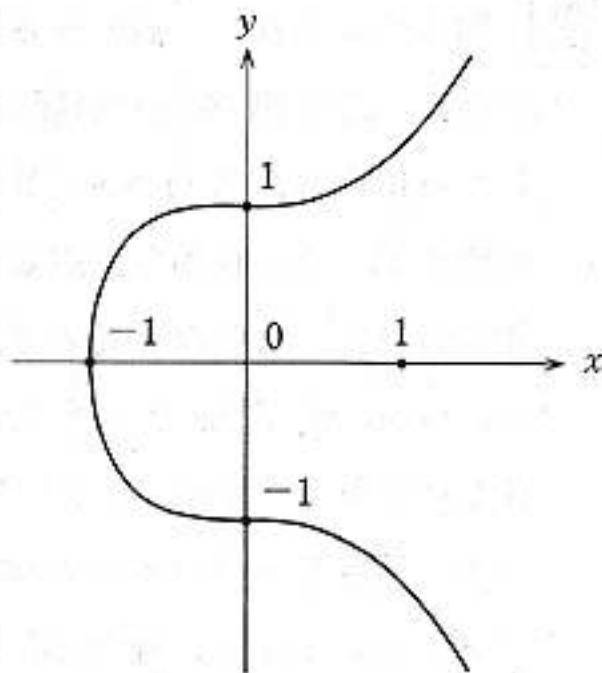


図 4

- 4 図5のように原点を中心とし、頂点A, Dがx軸上に乗っている正六角形ABCDEFがある。6つの頂点A, …… , Fの中から無作為に3つの頂点を選び三角形 T_1 を作る。 T_1 に次の〔ア〕の操作を施し、さらに〔イ〕の操作を施して移った先の三角形を T_2 とする。

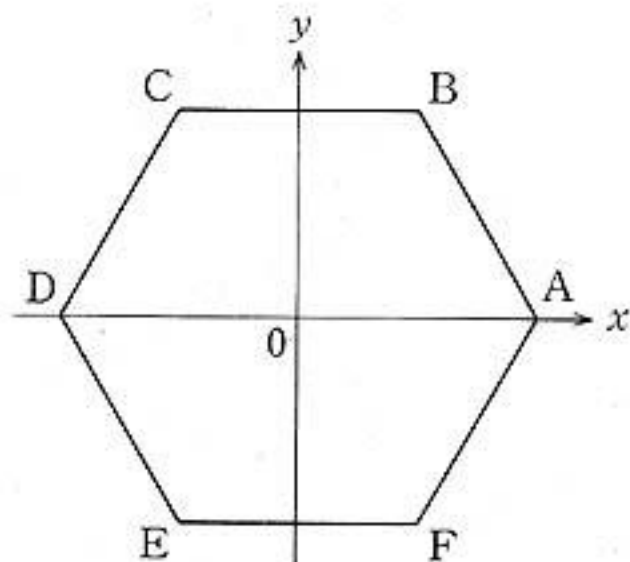


図 5

〔ア〕 サイコロを投げ、目の数が j である

とき、原点を中心とする正の方向に角 $\frac{j}{3}\pi$ の回転移動を施す。

〔イ〕 硬貨を投げ、表が出たらそのまま、裏が出たら y 軸に関する対称移動を施す。

- (1) 頂点A, B, Cが選ばれたとき、 T_1 と T_2 が丁度重なり合う確率は

$$\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$$

である。

- (2) サイコロの目が3, 硬貨が裏であるとき、 T_1 と T_2 が丁度重なり合う

確率は $\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

- (3) T_1 と T_2 が丁度重なり合う確率は $\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である。

- (4) T_1 と T_2 が丁度重なり合ったとき、その三角形が正三角形である確率は

は $\frac{\boxed{\text{ム}}}{\boxed{\text{メ}}}$ である。