

(1997 年度)

4 数 学 問 題

(この問題冊子は 5 ページ，3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも*にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1

- (1) 初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = n^3 + 3n^2 + 2n$ で表される数列の一般項 a_n は $a_n = \boxed{\text{ア}} n(n + \boxed{\text{イ}})$ である。このとき

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \left(\frac{n}{n + \boxed{\text{オ}}} \right) \text{ である。}$$

- (2) i を虚数単位とする。

$$\frac{2 + \sqrt{3} - i}{2 + \sqrt{3} + i} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \sqrt{3} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} i$$

$$\left(\frac{2 + \sqrt{3} - i}{2 + \sqrt{3} + i} \right)^3 = \boxed{\text{コ}} i$$

$$\left(\frac{2 + \sqrt{3} - i}{2 + \sqrt{3} + i} \right)^{1997} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \sqrt{3} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} i$$

- (3) $a \neq b$ とする。2 直線 $y = ax$, $y = bx - b$ の交点 P の y 座標は正と仮定する。原点を O , 点 A の座標を $(1, 0)$ とする。

$$\angle OPA = 45^\circ \text{ ならば } b = \frac{1 + \boxed{\text{ソ}} a}{1 + \boxed{\text{タ}} a} \text{ であり, 点 } P \text{ は中心が}$$

$$\left(\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} \right), \text{ 半径が } \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} \text{ の円周上にある。}$$

- 2 座標平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(\sqrt{3}, 1)$, $B(0, 2)$ に対して、次の式をみたす点 P の存在する範囲を L とする。

$$\overrightarrow{OP} = s \overrightarrow{OA} + t \overrightarrow{OB}, \text{ ただし } |s| \leq 1, |t| \leq 1 \text{ とする。}$$

- (1) L の点の y 座標の最大値は ネ であり、 x 座標の最小値は

$$\text{ノ} \sqrt{\text{ハ}} \text{ である。}$$

- (2) L の面積は三角形 OAB の面積の ヒ 倍である。

- (3) 点 (x, y) が L の中を動くとき、 $x - 2y$ の最大値は

$$\text{フ} + \text{ヘ} \sqrt{\text{ホ}} \text{ である。}$$

- (4) 2点 T, S が L の中を動くとき、 $|\overrightarrow{TS}|$ の最大値は マ $\sqrt{\text{ミ}}$ である。

- 3 a, b, c を定数とする。3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は、次の3つの条件 (C1), (C2), (C3) をみたすとする。

(C1) $f(x)$ は $x = 1$ で極値をとる。

(C2) $f(x)$ の導関数 $y = f'(x)$ のグラフと x 軸で囲まれる図形の面積は32である。

(C3) 3次方程式 $f(x) = 0$ は、ちょうど2つの異なる実数解をもつ。

- (1) 条件 (C1), (C2) より、2次方程式 $f'(x) = 0$ は2つの実数解 α, β (ただし $\alpha < \beta$) をもち、 $\alpha = \text{ム}$, $\beta = \text{メ}$ であるかまたは $\alpha = \text{モ}$, $\beta = \text{ヤ}$ である。ここで $\text{ム} < \text{モ}$ とする。

- (2) さらに条件 (C3) を考えれば、このような3次関数は全部で ユ 個ある。それらのうちで、 c の値が最大になるものについては、

$$a = \text{ヨ} \quad b = \text{ラ}, \quad c = \text{リ}$$

である。