

(1997 年度)

3 数 学 問 題

(この問題冊子は 5 ページ，4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。

2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。

万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。

3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。

4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。

5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。

6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。

7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。

8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。

9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。

10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。

11. 試験時間中に退場することはできない。

12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも＊にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
0	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の異なる2点 P, Q における接線の交点を R とする。

(1) P, Q の x 座標をそれぞれ a, b とするとき R の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}b, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}ab \right) \text{ である。}$$

(2) $\angle PRQ = 90^\circ$ をみたしながら P, Q が放物線 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上を動くとき, R は直線 $\boxed{\text{キ}}x + y = \boxed{\text{ク}}$ 上を動く。

- 2 r を定数とする。半径 r の球に内接する4角錐 PABCD を K で表す。ただし、底面の4辺形 ABCD は正方形とし、かつ頂点 P からでる K の4つの辺の長さはたがいに等しいとする。K の高さを x , 正方形 ABCD の1辺の長さを $2y$ とする。

このとき

$$\boxed{\text{ケ}}x^2 + \boxed{\text{コ}}y^2 = 2rx$$

である。K の体積 V は次で表される。

$$V = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} (\boxed{\text{ス}}rx^2 - x^3)$$

よって、 $x = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}r$ のとき V は最大になる。

3 関数 $y = x^3 - 3x^2 + 3ax$ について以下の問に答えよ。

- (1) y が極値をもつような定数 a の値の範囲は $a < \boxed{\text{タ}}$ である。
- (2) 定数 a が (1) の範囲で変化するとき、極小値を与える点 x_0 が存在する範囲は $x_0 > \boxed{\text{チ}}$ である。
- (3) $x > 0$ の範囲に極大値をとる点、極小値をとる点が共に存在するような定数 a の値の範囲は $\boxed{\text{ツ}} < a < \boxed{\text{テ}}$ である。
- (4) k を任意の定数とする。 $x > k$ の範囲に極小値をとる点が存在するような定数 a の値の範囲は
- $k \leq \boxed{\text{ト}}$ のとき $a < \boxed{\text{ナ}}$
- $k \geq \boxed{\text{ト}}$ のとき $a < \boxed{\text{ニ}} k^2 + \boxed{\text{ヌ}} k$
- である。

4 n を 1 以上の整数とする。

- (1) $x + y \leq n, x \geq 0, y \geq 0$ をみたす整数の組 (x, y) は、全部で $\frac{1}{2} (\boxed{\text{ネ}} n^2 + \boxed{\text{ノ}} n + \boxed{\text{ハ}})$ 個ある。
- (2) $x + y + z \leq n, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ をみたす整数の組 (x, y, z) は、全部で $\frac{1}{6} (\boxed{\text{ヒ}} n^3 + \boxed{\text{フ}} n^2 + \boxed{\text{ヘ}} n + \boxed{\text{ホ}})$ 個ある。