

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。
13. 解答用紙(マーク式)の最下段の□の欄には記入しないこと。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも＊にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	*
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

問題 **1** の解答は、解答用紙 A (マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙) に記せ。問題 **2** ~ **4** の解答は、マーク用解答用紙にマークで記せ。なお π は円周率である。

1

- (1) p, q を 0 または正の整数とし

$$I_{p,q} = \int_0^1 t^p (1-t)^q dt$$

と置く。

- (a) $I_{p,0}$ の値を計算せよ。
(b) $q \geq 1$ のとき、次の漸化式が成り立つことを証明せよ。

$$I_{p,q} = \frac{q}{p+1} I_{p+1,q-1}$$

- (c) 次の等式を証明せよ。

$$I_{p,q} = \frac{p!q!}{(p+q+1)!}$$

- (2) n を正の整数とすると

$$\sum_{p=0}^n (-1)^p \frac{p!(n-p)!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+2} \{1 + (-1)^n\}$$

が成り立つことを証明せよ。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

としたとき,

$$A^2 = \boxed{\text{ア}} A + \boxed{\text{イ}} E$$

が満たされる。更に,

$$A^3 = \boxed{\text{ウ}} A + \boxed{\text{エ}} E$$

である。

一般に, $A^n = a_n A + b_n E$ と置けば, a_n, b_n は関係式

$$a_{n+1} = \boxed{\text{オ}} a_n + \boxed{\text{カ}} b_n, b_{n+1} = \boxed{\text{キ}} a_n + \boxed{\text{ク}} b_n$$

を満たす。このとき, $\lambda = \boxed{\text{ケ}}$ と置けば, $\lambda a_{n+1} + b_{n+1}$ と $\lambda a_n + b_n$ の比は n によらず一定で,

$$\lambda a_{n+1} + b_{n+1} = \boxed{\text{コ}} (\lambda a_n + b_n)$$

である。結局,

$$a_n = n \cdot \boxed{\text{サ}}^{n-1}, b_n = -(n-1) \cdot \boxed{\text{シ}}^n$$

であることが分かる。

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

の周上に4点A(a, b), B(-a, b), C(-a, -b), D(a, -b)をとり、楕円に内接する長方形ABCDを作る。ただし、 $a > 0$, $b > 0$ とする。

- (1) 長方形の周の長さが最大になるのは、 $a = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ のときであり、そのときの周の長さは $\boxed{\text{ソ}}$ である。

- (2) この長方形をx軸のまわりに回転してできる円柱の体積が最大になるのは、

$$a = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

のときであり、そのときの円柱の体積は

$$\boxed{\text{テ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}}} \pi$$

である。

- 4** 番号を書いた幾つかの玉を下の図のようにひもで一つながりにする。ただし、このとき輪ができないようにし、枝分かれがあってもよいものとする。また、どの玉とどの玉とがつながれているかのみで区別するものとする。

(1) 上のような全てのつなぎかたを考えると、

(a) ①から④までの玉をつなぐ方法を $2^p 3^q 5^r$ 通りとすれば、

$$p = \boxed{\text{ナ}}, q = \boxed{\text{ニ}}, r = \boxed{\text{ヌ}} \text{ である。}$$

(b) ①から⑤までの玉をつなぐ方法を $2^p 3^q 5^r$ 通りとすれば、

$$p = \boxed{\text{ネ}}, q = \boxed{\text{ノ}}, r = \boxed{\text{ハ}} \text{ である。}$$

(2) 偶数どうし、奇数どうしが直接つながらないことにするとき、

(a) ①から⑤までの玉をつなぐ方法を $2^p 3^q 5^r$ 通りとすれば、

$$p = \boxed{\text{ヒ}}, q = \boxed{\text{フ}}, r = \boxed{\text{ヘ}} \text{ である。}$$

(b) ①から⑥までの玉をつなぐ方法を $2^p 3^q 5^r$ 通りとすれば、

$$p = \boxed{\text{ホ}}, q = \boxed{\text{マ}}, r = \boxed{\text{ミ}} \text{ である。}$$

注意1 下の二つのつなぎかたは同じものとみなす。



注意2 下のようなつなぎかたは考えない。

