

(1997 年度)

7 数 学 問 題

(この問題冊子は 5 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」が次ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので、それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 各問題に対する解答は、その問題番号が記された解答用紙に記入すること。
足りない場合は、その解答用紙の裏面に記入してよい。その他の部分には、何も書いてはいけない。
7. 解答用紙を、切り離してはいけない。採点が不可能になる。
8. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
9. 試験時間中に退場することはできない。
10. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

1 曲線 $C: y = x^3 - 6x^2 + 5x$ を考える。

- (1) 原点 $(0, 0)$ における曲線 C の接線を $y = m_1x$ とする。傾き m_1 を求めよ。
- (2) 原点を通る直線 $y = m_2x$ が原点以外の点で曲線 C に接するとき、その接点の座標および直線の傾き m_2 を求めよ。
- (3) 原点を通る直線 $l: y = mx$ と曲線 C とが相異なる 3 点で交わるための m の条件を求めよ。
- (4) 直線 $l: y = mx$ が $x > 0$ の部分で曲線 C と 2 点で交わる時、 l と C で囲まれる二つの図形の面積が等しくなる時の直線 l の傾き m の値と、その図形の面積を求めよ。

2 長さ 4 の線分が第 1 象限内にあり、その両端はそれぞれ x 軸と y 軸上にあるものとする。この線分を含む直線を回転軸として、原点に中心を持つ半径 1 の円を回転させた立体の体積を V とする。 V を最大にするような線分の位置とそのときの V の値を求めよ。

3

1 辺の長さが 1 の正四面体 $ABCD$ を V で表す。頂点 A の平面 BCD に関して対称な点を A' とする。同様に B の ACD に関して対称な点を B' 、 C の ABD に関して対称な点を C' 、 D の ABC に関して対称な点を D' とする。正四面体 $A'BCD$, $AB'CD$, $ABC'D$, $ABCD'$ をそれぞれ V_1 , V_2 , V_3 , V_4 とする。 DC の中点を M とする。

(1) AM の長さを求めよ。

(2) $\cos(\frac{1}{2} \angle AMB)$, $\cos(\frac{1}{2} \angle A'MB')$
を求めよ。

(3) $\triangle A'MB'$ の面積を求めよ。

(4) 四面体 $A'CB'D$ の体積を求めよ。

(5) 多面体がその任意の面を含む平面の片側にあるとき、凸多面体という。 V , V_1 , V_2 , V_3 , V_4 を含む最小の凸多面体の体積を求めよ。