

(1998 年度)

2 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ，3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちを表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
0	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

- 1 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ とする。2 次方程式 $x^2 - x + a = 0$ の解が $\cos \theta$,

$$2 \cos 2\theta \text{ であるとき, } \cos \theta = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \text{ であり, } a = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \text{ である。}$$

- (2) $P(x) = bx + c$ は、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ である任意の θ に対し、次の式をみたしているとする。

$$\sin 3\theta = P\left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}\right) \sin^3 \theta$$

このとき、 $b = \boxed{\text{オ}}$ 、 $c = \boxed{\text{カ}}$ である。

- (3) 4 次方程式 $(x^2 - 2)^2 - 2 = x$ は、2 つの整数の解 $\boxed{\text{キ}}$ 、 $\boxed{\text{ク}}$ をもち、他の 2 つの解は $\frac{\boxed{\text{ケ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{2}$ である。ただし、 $\boxed{\text{キ}} < \boxed{\text{ク}}$ とする。

2 p を実数とし、 $f(x) = -(2x - p)(2x - 3p)$ とおく。

(1) 放物線 $y = f(x)$ の頂点は $y = \boxed{\text{サ}} x^2 + \boxed{\text{シ}} x + \boxed{\text{ス}}$ のグラフ上にある。

(2) 放物線 $y = f(x)$ と、直線 $y = -4x - 8$ で囲まれた部分の面積は、 $p =$

$\boxed{\text{セ}}$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$ をとる。

(3) $p > 0$ とし、3 次関数 $y = g(x)$ が、 $g'(x) = f(x)$ をみたしているとする。

$g(x)$ の極大値を M 、極小値を m とするとき $M - m = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} p^{\boxed{\text{ト}}}$ である。

3 実部、虚部ともに整数である複素数 z に対して実数 $f(z)$ が定まり、この $f(z)$ は次の条件(i), (ii)をみたしているとする。

(i) z と w を実部、虚部ともに整数である複素数とし、 z が iw の実数倍であれば、すなわち、ある実数 c に対し $z = ciw$ であれば

$$f(z + w) = f(z) + f(w)$$

となる。ただし、 i は虚数単位である。

(ii) $f(1) = f(-1) = f(i) = f(-i) = 1$

(1) $f(1 + i)$ の値を求める。 $z = 1$, $w = i$ のとき、 $c = \boxed{\text{ナ}}$ に対し $z = ciw$ となるので $f(1 + i) = f(1) + f(i) = \boxed{\text{ニ}}$ である。

(2) $f(2)$, $f(-2i)$ の値を求める。 $a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}}i$ とおくと、 $2 = a + ai$ と表され、 $c = -1$ として $a = ci(ai)$ が成り立つので

$$f(2) = f(a) + f(ai) = \boxed{\text{ノ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ヌ}}$, $\boxed{\text{ネ}}$ は整数とする。

また $-2i = a - ai$ に注意すれば、 $f(-2i) = \boxed{\text{ハ}}$ である。

(3) $f(2 - 3i)$ の値を求める。 $z = 2$, $w = -3i$, $c = \frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ とすると、 $z = ciw$ となるので

$$f(2 - 3i) = f(2) + f(-3i)$$

である。 a , b を整数とし、 a は(2)で定めた複素数として $1 - 3i = a\alpha + bai$ とおけば $a = \boxed{\text{ヘ}}$, $b = \boxed{\text{ホ}}$ である。この関係によって

$$f(1 - 3i) = \boxed{\text{マ}}$$

が成立する。したがって、 $f(-3i) = f(1 - 3i) - f(1) = \boxed{\text{ミ}}$ となり、

$f(2 - 3i) = \boxed{\text{ム}}$ が得られた。