

(1998 年度)

6 数 学 問 題

(この問題冊子は 7 ページ，4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ-にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、-にはマークしない。)

[解答記入例 7]

符号	10 の 位												1 の 位											
-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
0	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	

[解答記入例 -26]

符号	10 の 位												1 の 位											
-	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		

[解答表示例]

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1

2つの有理数 x, y が方程式

$$2x^2 - 2(2 - \sqrt{2})x - (1 + \sqrt{2})y = 3\sqrt{2} - 1$$

をみたすならば、

$$x = \boxed{\text{ア}}, y = \boxed{\text{イ}} \text{ または } x = \boxed{\text{ウ}}, y = \boxed{\text{エ}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする。

2

- (1) 1から5までのすべての整数を1列に並べてできる順列を a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 とする。このとき、積 $a_1 a_2$ が6となる順列は全部で オ 通りある。また、 $a_1 + a_2 = 7$ となる順列は全部で カ 通りある。
- (2) 1から9までのすべての整数を1列に並べてできる順列を $a_1, a_2, \dots, a_9$ とする。このとき、 $a_1 = 1, a_3 = 3, a_5 = 5, a_7 = 7, a_9 = 9$ となる順列は全部で キ 通りある。また、 $a_1 + a_2, a_3 + a_4, a_5 + a_6, a_7 + a_8$ がすべて等しくなるとき、 a_9 は ク 通りの場合があり、このような順列の総数を $2^a 3^b$ と表すと、 $a =$ ケ $, b =$ コとなる。

3 つぎの3つの曲線を考える。

$$C : y = \frac{1}{4}x^2$$

$$C_1 : \left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$C_2 : \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

点 P, Q, R はそれぞれ C, C_1 , C_2 の上を動くものとし, 点 P の x 座標を α とする。

- (1) どのような Q, R に対しても P, Q, R が一直線上にないための必要十分条件は,

$$\alpha < \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}} \text{ または } \boxed{\text{ス}} < \alpha < \boxed{\text{セ}} \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

- (2) どのような R に対しても線分 PR が C_1 と共有点をもつための必要十分条件は,

$$\boxed{\text{タ}} + \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \leq \alpha \leq \boxed{\text{テ}} + \boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

- (3) ある Q に対して線分 PQ が C_2 と共有点をもつための必要十分条件は,

$$\boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{ヌ}}} \leq \alpha$$

である。

4 正方形 ABCD を底面にもち、すべての辺の長さが 2 である 4 角すい EABCD がある。辺 EA 上に点 P、辺 EB 上に点 Q を $EP = EQ$ がみたされるようにとる。P および Q から底面 ABCD に下ろした垂線の足をそれぞれ P' および Q' とし、正方形 ABCD の 2 本の対角線の交点を O とする。

(1) $\angle PAO =$ $^{\circ}$ である。

(2) 4 角形 PP'Q'Q の面積は、 $EP =$ のとき最大値 $\frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}} \sqrt{\text{フ}}$ をとる。

(3) (2)の場合

$$\cos \angle POQ = \frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$$

である。