

(1998 年度)

7 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ，4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。（0または正数の場合は、符号欄にマークしない。）

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともzにマークせよ。（符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。）

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z
0	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位											1 の 位										
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

次の ア から ネ に当てはまる数値を答えよ。ただし、 π は円周率とする。

1

$$(1) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 1 \text{ のとき} \\ -2x^2 + ax + b, & x > 1 \text{ のとき} \end{cases}$$

で関数 $f(x)$ を定める。 $f(x)$ が $x = 1$ で微分可能となるのは $a = \text{ア}$, $b = \text{イ}$ のときである。

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} \right) = \text{ウ} \text{ である。 } \text{ウ} \text{ に当ては}$$

まるものを次の中から選べ。

0) $\frac{1}{2}$

1) $\frac{2}{3}$

2) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

4) e^2

5) $\frac{1}{e^2}$

6) $\log 2$

7) $\frac{1}{\log 2}$

8) $\sin 2$

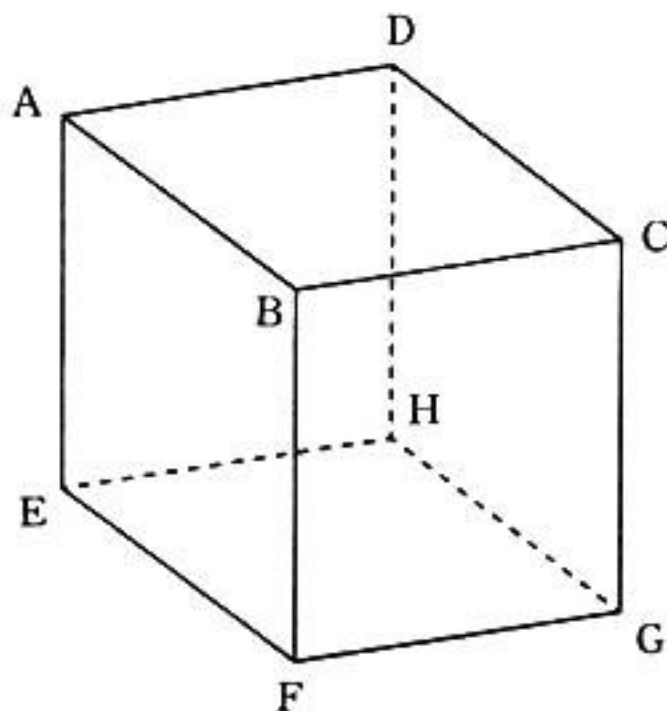
9) $\frac{1}{\sin 2}$

$$(3) g(x) = \int_0^x |x - 3t| \cos t \, dt \text{ とおく。 } x < 0 \text{ のとき } g(x) = \text{エ} \text{ である。}$$

また x がすべての実数を動くときの $g(x)$ の最大値は オ である。

2 図のような立方体の頂点Aから出発してひとつ以上の辺を通して、再びAに戻る経路を考える。ただし、ひとつの経路の中で、2度以上同じ辺を通してはならないとし、通った辺が同じ場合には同一の経路とみなすものとする。例えばA—B—C—D—AとA—D—C—B—Aは同一の経路とみなす。経路に含まれる辺の数を経路の長さと呼ぶ。

頂点Aから出発してAに戻る経路は 通りで、そのうち長さが最短のものは 通り、最長のものは 通りである。また頂点Aから出発して頂点Gを通してAに戻る経路は 通りである。



- 3 複素数 z に対し、その実部を $\text{Re}(z)$ で、その虚部を $\text{Im}(z)$ で表す。すなわち、 $z = \text{Re}(z) + \text{Im}(z)i$ と表される。ただし、 $i^2 = -1$ である。

関数 $f(z)$ を次の式で定義する。

$$f(z) = \frac{3+z}{1+z}$$

z が虚軸上を動くとき、 $\text{Re}(f(z))$ の最大値は $\boxed{\text{コ}}$ であり、 $\text{Im}(f(z))$ の最大値は $\boxed{\text{サ}}$ である。同じく z が虚軸上を動くとき、

$$2\text{Re}(f(z)) + \text{Im}(f(z))$$

の最大値は $\boxed{\text{シ}} + \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ であり、この最大値を与える z について、

$$\text{Re}(f(z)) = \boxed{\text{セ}} + \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

- 4 座標空間の4点 $O(0, 0, 0)$, $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 6)$ に対して $\triangle ABC$, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ の重心を P, Q, R, S と

すると、四面体 $PQRS$ の体積は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ となる。 $0 < a \leq 1$ のとき、平面 $y = a$

と四面体 $PQRS$ の交わりは三角形となる。点 $T(0, a, 0)$ からこの三角形に

一番近い点は $a \leq \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ のとき線分 QS 上にあるが、 $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} < a \leq 1$ のときは

線分 QS 上にはない。また点 T からこの三角形の一番遠い点までの距離は

$\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ となる。よって、四面体 $PQRS$ のうち $0 \leq y \leq \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ の部分を y 軸

を中心に回転すると、回転体の体積は $\frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} \pi$ となる。