

(1998 年度)

8 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ，4 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督の指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 筆記具は、HBの黒鉛筆に限る。
万年筆・ボールペン・シャープペンシルなどを使用してはいけない。時計に組込まれたアラーム機能、計算機能、辞典機能などを使用してはいけない。
3. 試験開始の合図があったら、ただちに解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。
4. 次に解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名が書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
5. 次に、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
6. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をHBの黒鉛筆でぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 写真照合のため、自分の受験番号を呼ばれたら顔を上げること。
11. 試験時間中に退場することはできない。
12. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表示するときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

次の ア から ノ に当てはまる数値を答えよ。ただし、 π は円周率である。

1 0 以上の実数に対して定義され、以下の性質を満たす関数 f を考える。

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 5, & 0 \leq x \leq 1 \text{ のとき} \\ \frac{1}{3} f\left(\frac{x}{2}\right), & x > 1 \text{ のとき} \end{cases}$$

このとき、 $f\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ となる。 m を任意の 0 以上の整数とすれば、

$2^m < x \leq 2^{m+1}$ のとき

$$f(x) = \frac{1}{3^{m+1}} \left(\frac{\text{ウ}}{2^{m+1}} x + \text{エ} \right)$$

となるので、

$$\int_{2^m}^{2^{m+1}} f(x) dx = \left(\frac{\text{オ}}{\text{カ}} \right)^{m+1}$$

となる。このことから

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \int_1^{2^m} f(x) dx = \text{キ}$$

であることがわかる。

2 xy 平面内で点 $P(x, y)$ が時刻 t の関数として、

$$\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \sin 3t \end{cases}$$

に従って運動している。 $t = \frac{\pi}{6}$ における速度の大きさは $\square$ クであり、

$t = \frac{\pi}{4}$ における速度の大きさは $\frac{\square}{\square}$ ケ $\sqrt{\square}$ サである。

$0 < t < 2\pi$ において、この点の速度の大きさが最大になるときの時刻は

$t = \frac{\square}{\square}$ シ π である。また、そのときの速度の大きさは $\sqrt{\square}$ セである。

3 $y = |x(2 - x)|$ で表される xy 平面上の曲線を C とする。

(1) $y = ax - 4$ (ただし、 a は定数) で表される直線を l_a とおく。 C と l_a が共通点をもたないのは

$$\square$$
 ソ $< a < \square$ タ

のときである。

(2) $y = bx$ (ただし、 b は定数) で表される直線を m_b とおく。 m_b が C と 3 点で交わるのは

$$\square$$
 チ $< b < \square$ ツ

のときである。 b がこの条件を満たすとき、 m_b と C の交点を x 座標の小さい方から順に P, Q, R とおく。線分 PQ と C によって囲まれる図形の面積を S_1 、線分 QR と C によって囲まれる図形の面積を S_2 とおく。 $S_1 = S_2$ が成り立つ条件は、 b が次の方程式の解になることである。

$$(b + \square) \square = \square$$

4 複素数 $z = x + iy$ の表す点 (x, y) を P とするとき、 $P(x + iy)$ と書く。複素数平面の原点から実軸上正の方向へ 1 だけ進んだ点を $P_1(1)$ とする。進行方向を左へ 60° 変え $\frac{1}{2}$ だけ進んだ点を $P_2\left(\frac{5 + \sqrt{3}i}{4}\right)$ とし、さらに進行方向を左へ 60° 変え $\frac{1}{4}$ だけ進んだ点を $P_3\left(\frac{\boxed{+} + \boxed{-}\sqrt{3}i}{\boxed{\times}}\right)$ とする。ただし、 $i^2 = -1$ である。以下同様に $P_4, P_5, \dots$ を 60° ずつ方向を左へ変え、進む長さも半分ずつにして得られる点列とする。このとき、点 P_n の y 座標は、 n を大きくすると、 $\frac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{3}}{\boxed{/}}$ に近づく。