

(1999 年度)

4 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ，3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の 2，3 ページにある。試験開始 3 分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSやポケットベルのスイッチは切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机の上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともzにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ とする。

(1) $f(x)$ は $x = -1$ で極値 8 をとり、また $y = f(x)$ のグラフ上の点 $(0, c)$ における接線が点 $(1, -6)$ を通るならば、 $a = \boxed{\text{ア}}$ 、 $b = \boxed{\text{イ}}$ 、 $c = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) $f(x)$ が関係式

$$f(x) = \int_1^x (3t^2 - 6t - x) dt$$

をみたすならば、 $a = \boxed{\text{エ}}$ 、 $b = \boxed{\text{オ}}$ 、 $c = \boxed{\text{カ}}$ である。

2 以下の , , , , には選択肢Aより, には
選択肢Bより正しいものを1つ選び, その番号を答えよ。

(1) x, y は整数とする。「 $x + y + xy$ が偶数である」ことは「 x, y がともに偶数である」ための 。

「 x と y の最大公約数が 1 である」ことは「 $2x$ と y の最大公約数が 2 である」ための 。

(2) x, y は実数とする。「 $x + y, x^2 + y^2$ がともに有理数である」ことは「 x, y がともに有理数である」ための 。

「 $x^3 + y^3$ が正の数である」ことは「 $x + y$ が正の数である」ための 。

(3) A, B を実数を要素とする集合とする。「 A の各要素 a に対して B の要素 b が存在して $a < b$ となる」ことは「 B の要素 b が存在して A のすべての要素 a に対して $a < b$ となる」ための 。

(4) 命題「 x, y がともに整数ならば $x + y$ は整数である」の対偶は 。

選択肢A

1. 必要十分条件である
2. 必要条件であるが十分条件ではない
3. 十分条件であるが必要条件ではない
4. 必要条件でも十分条件でもない

選択肢B

1. 「 $x + y$ が整数でないならば x, y はともに整数でない」
2. 「 $x + y$ が整数でないならば x, y の一方のみが整数でない」
3. 「 $x + y$ が整数でないならば x, y の少なくとも一方が整数でない」
4. 「 $x + y$ が整数ならば x, y はともに整数である」
5. 「 x, y がともに整数でないならば $x + y$ は整数でない」
6. 「 x, y の一方のみが整数でないならば $x + y$ は整数でない」
7. 「 x, y の少なくとも一方が整数でないならば $x + y$ は整数でない」

3 実数 x に対して x 以下の最大の整数を $[x]$ で表す。たとえば $[\sqrt{2}] = 1$, $[-1.3] = -2$ である。

(1) $\left[\frac{1}{3}x + 1\right] = -2$ をみたす x の範囲は

$$\boxed{\text{ス}} \leq x < \boxed{\text{セ}}$$

である。

(2) $\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right]$ をみたす x について考える。 $\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right] = k$ とおく。 $\left[\frac{1}{6}x\right] = k$ より

$$\boxed{\text{ソ}}k + \boxed{\text{タ}} \leq x < \boxed{\text{チ}}k + \boxed{\text{ツ}} \quad \dots \textcircled{1}$$

であり、また $\left[\frac{1}{2}x + 1\right] = k$ より

$$\boxed{\text{テ}}k + \boxed{\text{ト}} \leq x < \boxed{\text{ナ}}k + \boxed{\text{ニ}} \quad \dots \textcircled{2}$$

である。 x の範囲 ①, ②が共通部分を持つのは $k = \boxed{\text{ヌ}}$ のときのみで

あるから、 $\left[\frac{1}{6}x\right] = \left[\frac{1}{2}x + 1\right]$ をみたす x の範囲は

$$\boxed{\text{ネ}} \leq x < \boxed{\text{ノ}}$$

である。