

## 6 数 学 問 題

(この問題冊子は 6 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が、次の 2, 3 ページにある。試験開始 3 分前に監督からの指示があるので、それに従って読むこと。

## 受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSやポケットベルのスイッチは切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 問題冊子、解答用紙、計算用紙を持ち帰ってはならない。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

# マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ「-」にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄とも「z」にマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、「-」にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

| 符号 | 10 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|----|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| -  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | z | 0 | 1     | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | z |   |  |
| ○  | ●      | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ |  |

〔解答記入例 -26〕

| 符号 | 10 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 1 の 位 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|----|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| -  | 0      | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | z | 0 | 1     | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | z |   |  |
| ●  | ○      | ○ | ● | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○     | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |  |

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$  とする。

0 を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$  とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$  を、 $\frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} \sqrt{\boxed{\phantom{00}}}$  にあてはめる場合  $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$  とする。

1  $f(x) = x^3 - x^2 + ax + b$  とおく。2 次方程式

$$x^2 + cx + 1 = 0$$

は異なる 2 つの実数解  $\alpha, \beta$  をもち、これらは  $f(\alpha) = f(\beta) = 0$  をみたす。さらに、3 次関数  $y = f(x)$  が  $x = -1$  で極値をとるならば、

$$a = \boxed{\text{ア}}, \quad b = \boxed{\text{イ}}, \quad c = \boxed{\text{ウ}}$$

であり、 $f(x) = 0$  の  $\alpha, \beta$  以外の解は  $\boxed{\text{エ}}$  である。またこのとき、 $f(x)$  は  $x = -1$  で  $\boxed{\text{あ}}$  になる。

極値を与えるもう 1 つの点は  $x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$  である。

ただし、 $\boxed{\text{あ}}$  には次の選択肢より正しいものを選んで番号を答えよ。  
選択肢： (1) 極大 (2) 極小

2 座標空間の点  $(x, y, z)$  で座標がすべて整数であるものの全体の集合を  $L$ , 正の整数  $k$  に対して, 原点  $O$  からの距離が  $\sqrt{k}$  である点全体の集合を  $S_k$  とする。  $A_k = L \cap S_k$  とする。

(1)  $P(1, 1, 0)$ ,  $Q(0, 1, 1)$ ,  $R(1, 0, 1)$  は  $A_2$  の 3 点である。三角形  $PQR$  の面積

は  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$  である。また 三角錐  $OPQR$  の体積は  $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である。

(2)  $A_k$  の要素の数を  $n_k$  とすれば,

$$n_1 = \boxed{\text{サ}}, n_2 = \boxed{\text{シ}}, n_6 = \boxed{\text{ス}}, n_7 = \boxed{\text{セ}}$$

である。

(3)  $A_2$  の点の  $O$  に関する位置ベクトル全体の集合を  $B$  とする。 $B$  に属するどのベクトルとの内積もすべて整数であるベクトル全体の集合を  $C$  とする。零ベクトル  $\vec{0}$  以外の  $C$  の要素で大きさが最小なものは全部で  $\boxed{\text{ソ}}$  個

存在し, それらの大きさは  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$  である。

- 3 放物線  $C: y = x^2$  を考える。 $t > 0$  に対して、直線  $\ell: x = t$  と  $C$  の交点を  $P(t, t^2)$  とする。 $P$  における  $C$  の接線と直交し、 $P$  を通る直線を  $k$  とする。
- (1) 直線  $k$  の方程式は、

$$y = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \frac{1}{t} x + t^2 + \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$$

である。

- (2) 直線  $k$  に関して点  $(t, 0)$  と対称な点の座標は、

$$\left( \frac{\boxed{\text{ニ}} t^3 + \boxed{\text{ヌ}} t}{\boxed{\text{ネ}} t^2 + 1}, \frac{\boxed{\text{ノ}} t^4}{\boxed{\text{ハ}} t^2 + 1} \right)$$

である。

- (3) 直線  $k$  に関して直線  $\ell$  と対称な直線を  $m$  とする。

$$m \text{ の傾きは } \frac{\boxed{\text{ヒ}} t^2 - 1}{\boxed{\text{フ}} t} \text{ である。}$$

- (4)  $m$  と  $C$  の交点のうち、 $P$  以外の点  $Q$  の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} \frac{1}{t}, \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \frac{1}{t^2} \right)$$

である。