

1 , , , には, 下の選択肢 A, B, C, D より正しいものを1つ選べ。

(1) $F(x) = 2x^3 - 7x + 1$ は $F'(x) = 6x^2 - 7$ かつ $F(1) = -4$ であるための 。

(2) $x \geq 0$ は

$$\log_2(x+1) - \log_2(2x+3) + \log_2(x+4) \geq 1$$

であるための 。

(3) 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$ は $x =$ のとき極大値 をとり, $x =$ のとき極小値 をとる。このことから, 条件 $4 < a < 7$ は 3 次方程式

$$x^3 - 3x^2 + 7 - a = 0$$

が 3 個の異なる実数解をもつための 。

(4) 3 つの直線

$$x - 3y = a$$

$$2x + 4y = b$$

$$-3x - y = c$$

を考える。このうちの 2 直線

$$x - 3y = a$$

$$2x + 4y = b$$

の交点を a, b で表すと

$$(x, y) = \left(\frac{\text{オ}}{\text{カ}}a + \frac{\text{キ}}{\text{ク}}b, \frac{\text{ケ}}{\text{コ}}a + \frac{\text{サ}}{\text{シ}}b \right)$$

となる。したがって, 条件 $a + b + c = 0$ は, 上の 3 直線が 1 点で交わるための 。

選択肢：

- A. 必要十分条件である
- B. 必要条件であるが十分条件ではない
- C. 十分条件であるが必要条件ではない
- D. 必要条件でも十分条件でもない

2 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ とおく。 $y = f(x)$ のグラフは次の条件 (A), (B) をみたすとする。

(A) $y = f(x)$ のグラフは点 $(1, 2)$ で次の直線 l に接する。

$$l : y = -2x + 4$$

(B) $y = f(x)$ のグラフは $x > 1$ では直線 l の上側にあり, $x < 1$ では直線 l の下側にある。

このとき, 条件 (A) より $f(1) = \boxed{\text{ス}}$, $f'(1) = \boxed{\text{セ}}$ であるから, b, c を a で表すと,

$$b = \boxed{\text{ソ}} a + \boxed{\text{タ}}, \quad c = \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}}$$

となる。ここで, $g(x) = f(x) - (-2x + 4)$ とおく。 $g(x)$ は $(x - \boxed{\text{テ}})^2$ で割り切れるので, その商を $x + d$ とおくと

$$g(x) = (x - \boxed{\text{テ}})^2(x + d)$$

と表せる。条件 (B) より $d = \boxed{\text{ト}}$ であるので, $a = \boxed{\text{ナ}}$, $b = \boxed{\text{ニ}}$, $c = \boxed{\text{ヌ}}$ である。

3 xy 平面上の不等式

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 25 \end{cases}$$

で表される領域を D とする。 xy 平面上の格子点とは、 x 座標と y 座標がともに整数である点とする。このとき、 D の境界上には ネ 個の格子点があり、また、 D の境界を除いた内部には ノ 個の格子点がある。

サイコロをふり、原点 $O(0, 0)$ から始めて、出た目の数だけ D の境界上の格子点を反時計まわりに進む。サイコロを 2 回ふって到達した点を P とする。このとき線分 OP 上の格子点の数を $n(P)$ とする。たとえば、 P が $(3, 0)$ のときは $n(P)=4$ である。

$n(P)$ の最小値は ハ、 $n(P)$ の最大値は ヒ である。また、 $n(P)$

が最小となる確率は $\frac{\text{フ}}{\text{ヘ}}$ 、最大となる確率は $\frac{\text{ホ}}{\text{マ}}$ である。さら

に、 $n(P)=3$ となる確率は $\frac{\text{ミ}}{\text{ム}}$ であり、 $n(P)$ の期待値は $\frac{\text{メ}}{\text{モ}}$ で

ある。