

- 1 (1) $\sin^3 \theta - 3 \sin \theta \cos^2 \theta + 2 \cos^3 \theta = 0$ をみたす θ は $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ の範囲に 2 つあり, それを θ_1, θ_2 ($\theta_1 < \theta_2$) とすると,

$$\sin \theta_1 = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}, \quad \sin \theta_2 = \frac{\boxed{\text{ウ}} \sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

- (2) $\frac{4^x - 4^{-x}}{2^x + 2^{-x}} = \frac{1}{2}$ のとき,

$$x = \log_2 \left(\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}} \right) - 2$$

である。

- (3) 整式 $f(x) = x^{2001} - 2001x$ を $x^3 + x^2$ で割った余りを $ax^2 + bx + c$ とする。これを以下のようにして求める。

$$f(x) = (x^3 + x^2)g(x) + ax^2 + bx + c$$

とおく。まず $f(0) = 0$ より, $c = \boxed{\text{ク}}$ であるので, この両辺を x で割って

$$(*) \quad x^{2000} - 2001 = \left(\boxed{\text{ケ}} x^2 + \boxed{\text{コ}} x \right) g(x) + ax + b$$

を得る。 $x = 0$ を $(*)$ の両辺に代入して $b = \boxed{\text{サ}} \times 1000 + \boxed{\text{シ}}$ を得る。次に $x = -1$ を $(*)$ の両辺に代入して

$$\boxed{\text{ス}} a + b = \boxed{\text{セ}} \times 1000$$

を得る。よって, $a = \boxed{\text{ソ}}$ である。

- 2 xy 平面内の 4 点 $A(4, 0)$, $B(3, 5)$, $C(0, 3)$, $D(-1, 0)$ を頂点とする四角形 $ABCD$ で囲まれる領域を K とする。ただし, K は境界を含むとする。 xy 平面上の点 P に対する関係式

$$(\star) \quad PA^2 - PB^2 + PC^2 - PD^2 = 2k$$

を考える。このとき, 以下の問に答えよ。

- (1) この関係式をみたすすべての点 $P(x, y)$ が作る図形は直線

$$l: \boxed{\text{タ}} x + \boxed{\text{チ}} y = 5 + k$$

である。

- (2) $k = 0$ のとき, 直線 $\boxed{\text{タ}} x + \boxed{\text{チ}} y = 5$ と領域 K の共有点の中

で x 座標が最小の点は $P_1 \left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} \right)$ であり, 最大の点は

$P_2 \left(\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \boxed{\text{ネ}} \right)$ である。

- (3) 直線 l が点 A を通るのは, $k = \boxed{\text{ノ}}$ のときであり, 点 B, C, D を

通るのはそれぞれ, $k = \boxed{\text{ハ}}, \boxed{\text{ヒ}}, \boxed{\text{フ}}$ のときである。

- (4) 関係式 $(\star)$ をみたす点が領域 K に存在するための必要十分条件は

$$\boxed{\text{ヘ}} \leq k \leq \boxed{\text{ホ}}$$

である。

3 関数 $f(x) = x(x-1)(x-b)$ は $x = \alpha, \beta$ ($\alpha < \beta$) で極値をとるものとする。このとき

$$\alpha + \beta = \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \left(b + \boxed{\text{ム}} \right), \quad \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}} b$$

である。よって、

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{\boxed{\text{ヤ}}}{\boxed{\text{ユ}}} \left(\boxed{\text{ヨ}} b^2 + b + \boxed{\text{ラ}} \right)$$

を得る。 $|f(\alpha)| = |f(\beta)|$ であるならば、 $f(\alpha) + f(\beta) = \boxed{\text{リ}}$ であり、

$$b = \boxed{\text{ル}}, \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}, \boxed{\text{ワ}} \quad (\text{ただし } \boxed{\text{ル}} < \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}} < \boxed{\text{ワ}})$$

$$\text{る。} b = \boxed{\text{ル}} \text{ のとき } \beta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヲ}}}}{\boxed{\text{ン}}} \text{ である。}$$