

1 (1) , には, 下の選択肢 (a), (b), (c), (d) から正しいものを選び。

(i) a, b, c, d は定数で, $a < b, c < d$ とする。二つの不等式 $a < x < b, c < x < d$ を同時にみたす実数 x が存在するためには, $c < b$ であることは 。

(ii) m を自然数とする。 m^2 を 7 で割ると余りが 1 であることは, m を 7 で割ると余りが 1 となるための 。

選択肢 :

- (a) 必要十分条件である
- (b) 必要条件ではあるが十分条件ではない
- (c) 十分条件ではあるが必要条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

(2) 座標平面上の 4 点 $P_1(1, 5), P_2(t, 2t^2 + 15), P_3(3, 1), P_4(-1, 17)$ を通る 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが存在するような t は二つあり, それらを $t_1 < t_2$ とすると, $t_1 =$, $t_2 =$ である。

(3) $f(x)$ は x の 5 次式で x^5 の係数は 1 である。 $f(x)$ が

$$f(x^4) - 7 = (f(x) - 7)^4$$

をみたすならば,

$$f(x) = x^5 + \text{ウ} x^4 + \text{エ} x^3 + \text{オ} x^2 + \text{カ} x + \text{キ}$$

である。

- (4) 座標平面上の半径 $\sqrt{17}$ の二つの円 C_1, C_2 は異なる 2 点で交わり, その 2 点はそれぞれ,

$$A = \{(-1, y) \mid |y| \leq 1\}$$

および

$$B = \{(1, y) \mid |y| \leq 1\}$$

上にあつて, C_1 の中心を (x_1, y_1) , C_2 の中心を (x_2, y_2) とすれば, $y_1 > y_2$ が成立しているとする。

- (i) C_1, C_2 の交点が $\left(-1, -\frac{1}{4}\right), \left(1, \frac{1}{4}\right)$ であるとき,

$$x_1 = \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}, \quad y_1 = \boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

- (ii) 二つの交点がそれぞれ A, B 上にあるように C_1, C_2 が動くとき, y_1 の最大値は $\boxed{\text{ス}}$ である。

2 三角形 ABC において $AB = 15$, $BC = 20$, $\angle B = 60^\circ$ である。点 P は A を出発して 辺 AB 上を毎秒 1 の速さで B に向かい、点 Q は点 P と同時に B を出発して 辺 BC 上を毎秒 2 の速さで C に向かって進むものとする。P, Q が同時に出発してから時間を t 秒とし、Q が C に到達するまでを考える。

(1) 三角形 PBQ が正三角形となるのは、 $t = \boxed{\text{セ}}$ のときである。

(2) 三角形 PBQ の面積が最大となるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のときである。

(3) P と Q との距離が最小となるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときである。

(4) 三角形 PBQ の外接円の半径が $\sqrt{39}$ となるのは、 $t = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ と

$t = \boxed{\text{ナ}}$ のときである。ただし $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}} < \boxed{\text{ナ}}$ である。

3 立方体 ABCD-EFGH がある。ここで、正方形 ABCD, EFGH は平行な面で、E, F, G, H はそれぞれ A, B, C, D と辺でむすばれており、また、頂点 B, D が頂点 A と辺でむすばれている。点 P は時刻 t においてこの立方体のいずれかの頂点にあって、時刻 $t+1$ には等しい確率で、その頂点と辺でむすばれた 3 つの頂点のいずれかに動くものとする。ただし、時刻 0 には点 P は頂点 A にある。

(1) $t=2$ において、点 P が頂点 A にある確率は $\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ であり、点 P

が頂点 C にある確率は $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

(2) $t=3$ において、点 P が頂点 G にある確率は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ であり、点 P

が頂点 B にある確率は $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

(3) $t=5$ において点 P が頂点 G にある確率は $\frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}$ である。

