

1

(1) $\alpha = \cos 100^\circ - i \sin 100^\circ$, ただし i は虚数単位, とおく。 $\alpha^k = 1$ となる
 最小の正の整数 k は ア である。 $(\alpha^l)^3 = -1$ かつ $0 < l < \span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ア
 をみたす整数 l は イ $<$ ウ $<$ エ の3個である。$

(2) $3x^2 + 2x - 4$ で割り切れ, x^3 の係数が6である3次式を $P(x)$ とする。
 $P(x)$ を $(2x - 1)(x + a)$ で割った余りが $2x - 1$ ならば, $a = \span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">オ$

または $a = \frac{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">カ}{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">キ}$ である。ただし, オ $<$ $\frac{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">カ}{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">キ}$ とする。

(3) 座標平面上の原点を O とし, 点 $P(a, b)$ を中心とする半径 $\frac{1}{2}$ の円を C_P , 点 $Q(a - b, a + b)$ を中心とする半径1の円を C_Q とする。 P が O を中心とする半径1の円周上を動くとき, C_P と C_Q の二つの交点を
 通る直線は, O を中心とする半径 $\frac{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ク}{\span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">ケ}$ の円につねに接する。

2

座標平面上の円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ と放物線 $C_2: y = -\frac{3}{2}x^2 + 2$ を考える。

(1) 点 $A(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$ における C_1 の接線の方程式は $y = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}x + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$

である。

(2) C_1 上の点 $P(s, t)$ が $s \geq 0$ かつ $t \geq \frac{1}{4}$ の範囲を動くとき、 P における

C_1 の接線と C_2 とで囲まれる部分の面積は $t = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のときに最小

値 $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ をとり、 $t = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のときに最大値をとる。

3

二辺の長さがそれぞれ 8, 6 で、一つの角が 45° の三角形で互いに合同でないものは $\boxed{\text{ナ}}$ 通りある。それらのうち面積が最大のものを T とする。 T の面積は

$$\boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$$

であり、 T の残りの一辺の長さは

$$\boxed{\text{ノ}} \sqrt{\boxed{\text{ハ}}} + \boxed{\text{ヒ}} \sqrt{\boxed{\text{フ}}}$$

である。ただし、 $\boxed{\text{ハ}} < \boxed{\text{フ}}$ とする。

4

赤, 青, 黄, 白のカードが5枚ずつあり, 同じ色の5枚のカードには a, b, c, d, e の異なる文字が一つずつ書かれている。これら20枚のカードから4枚を同時に取り出す。

- (1) 取り出した4枚のカードの色がすべて異なり, 書かれている文字もすべて異なっている場合は 通りある。
- (2) 取り出した4枚のカードの色が赤と白の2色である場合は 通りある。
- (3) 取り出した4枚のカードの色が2種類であり, 書かれている文字が3種類である場合は 通りある。