

1 次の あ ～ お には下の選択肢の中から正しいものを選び。

(1) a, b を実数とする。 xy 平面上の 2 直線

$$ax - y = 2b$$

$$x + (a - 2)y = b + 1$$

がただ 1 つの共有点をもつための必要十分条件は、 a あ であり、

共有点をもたないための必要十分条件は、 a い かつ b う で

あり、2 つ以上の共有点をもつための必要十分条件は、 a え かつ

b お である。

選択肢：

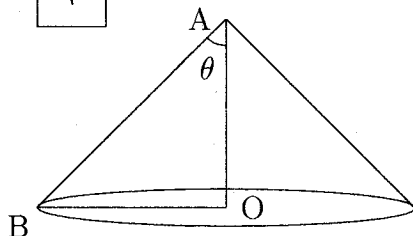
① $= 0$ ② > 0 ③ < 0 ④ $\neq 0$ ⑤ $= 1$ ⑥ > 1 ⑦ < 1 ⑧ $\neq 1$

(2) $a, b > 1$ に対して、 $\log_{ab} \frac{a+b}{2}$ の最小値は $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

(3) A を頂点とする円すいにおいて、 O を底面の中心、 B を底面の周上の点とし、 $AB = 1$ 、 $\angle OAB = \theta$ (ただし、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$) とする。
この円すいの体積は

$$\frac{\pi}{3} (\text{ウ} \cos^3 \theta + \text{エ} \cos^2 \theta + \text{オ} \cos \theta)$$

となり、 $\cos \theta = \frac{\sqrt{\text{カ}}}{\text{キ}}$ のとき最大値 $\frac{\text{ク} \sqrt{\text{ケ}}}{\text{コ}} \pi$ をとる。



2 xy 平面上の2つの放物線 $C_1: y = x^2$ と $C_2: y = -2x^2 + 7x - 5$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 直線 $l_1: y = m(x - 2) + 3$ が C_1 と接するのは、 $m =$ サ , シ

(ただし サ < シ) のときで、そのとき接点はそれぞれ $(\text{ ス }, \text{ セ })$, $(\text{ ソ }, \text{ タ })$ である。

(2) l_1 が C_1 と C_2 とも共有点をもたない m の値の範囲は、

$$\text{ チ } < m < \text{ ツ }$$

である。

(3) 直線 $l_2: y = k$ が2つの放物線 C_1, C_2 の両方と共有点をもつ k の値の範囲は、

$$\text{ テ } \leq k \leq \frac{\text{ ト }}{\text{ ナ }}$$

である。

(4) $\text{ テ } < k < \frac{\text{ ト }}{\text{ ナ }}$ に対して、 l_2 と C_1 の2つの交点の間の距離

と、 l_2 と C_2 の2つの交点の間の距離が等しくなるのは $k = \frac{\text{ ニ }}{\text{ ヌ }}$

のときであり、このとき、 l_2 と C_1 で囲まれる図形の面積は $\frac{\sqrt{\text{ ネ }}}{\text{ ノ }}$

である。

3 下図のような xy 平面上の経路を通して、原点から点 $(3, 3)$ まで、最短の道すじで移動する。ただし、進める方向が 2 つある場合、確率 $\frac{2}{3}$ で x 軸方向へ進み、確率 $\frac{1}{3}$ で y 軸方向へ進むものとする。

(1) 原点から点 $(3, 3)$ までの最短の道すじは全部で ハ 通りある。

(2) 点 $(3, 0)$, $(2, 1)$, $(3, 1)$ を通る確率はそれぞれ $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}}$, $\frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$, $\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}$ である。

(3) 通る確率が最も低い点は $\left(\text{ム}, \text{メ} \right)$ であり、その確率は $\frac{\text{モ}}{\text{ヤ}}$ である。

(4) 原点と点 $(3, 3)$ 以外で通る確率が最も高い点は $\left(\text{ユ}, \text{ヨ} \right)$ であり、その確率は $\frac{\text{ラ}}{\text{リ}}$ である。

