

- 1 (1) $f(\theta) = 7\sin^2\theta - 8\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$ の $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ における最大値を m_1 , 最小値を m_2 とする。このとき,

$$\begin{aligned} f(\theta) &= \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{イ}} \sin 2\theta + \boxed{\text{ウ}} \cos 2\theta \\ &= \boxed{\text{ア}} + \boxed{\text{エ}} \sin(2\theta + \alpha) \end{aligned}$$

ただし, $\boxed{\text{エ}} > 0$ とし, $\cos \alpha = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{エ}}}$, $\sin \alpha = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

したがって, $m_1 + m_2 = \boxed{\text{オ}}$, $m_1 m_2 = \boxed{\text{カ}}$ である。

- (2) $a > 0$ とし, 放物線 $y = ax^2$ 上の点 $P(1, a)$ における接線を l , 点 P を通り l と直交する直線を l' , y 軸と l' の交点を Q とする。このとき, 線分 PQ , y 軸および放物線 $y = ax^2$ で囲まれる図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}a + \frac{1}{\boxed{\text{ケ}}}a \text{ となり, } a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}} \text{ のとき最小値 } \frac{\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

をとる。

- 2 xy 平面上の 4 点 $A(0, 3)$, $B(4, 0)$, $C(-2, -3)$, $D(-3, -1)$ を頂点とする四角形 $ABCD$ の周と内部をあわせた領域を K とする。

(1) $\angle BAD = \angle BCD = \boxed{\text{セ}}^{\circ}$ であり, K の面積は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(2) 4 点 A, B, C, D は同一円周上にあり, その円の中心は $\left(\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}, \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)$, 直径の長さは $\boxed{\text{ト}} \sqrt{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(3) 点 A, B を通る直線の方程式は $\boxed{\text{ニ}}x + \boxed{\text{ヌ}}y - 12 = 0$ である。

(4) 円 $O : (x - a)^2 + \left(y - \frac{a^2}{3}\right)^2 = \frac{81}{25}$ の半径は $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であり, 中心は

放物線 $y = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}x^2$ の上にある。

- (5) 円 O が K とただ 1 点を共有するのは, a が

$\boxed{\text{フ}}$ または $\boxed{\text{ヘ}} - \sqrt{\boxed{\text{ホ}}}$

のときである。

3

図1のように $A_1(0,0)$, $A_2(5,0)$, $A_3(5,5)$, $A_4(0,5)$, $P_1(1,1)$, $P_2(2,1)$, $P_3(2,3)$, $P_4(1,3)$ がある。図2のように、正方形 $A_1A_2A_3A_4$ を底面とする高さ $A_1B_1=4$ の直方体 $A_1A_2A_3A_4-B_1B_2B_3B_4$ と、長方形 $P_1P_2P_3P_4$ を底面とする高さ $P_1Q_1=4$ の直方体 $P_1P_2P_3P_4-Q_1Q_2Q_3Q_4$ がある。

(1) 点 R が P_4Q_4 上にあり、 $P_4R=2$ のとき、

$$(A_1R+RB_3)^2 = \boxed{\text{マ}} + \boxed{\text{ミ}} \sqrt{\boxed{\text{ム}}} \text{ である。}$$

(2) 点 R が P_4Q_4 上を動くとき、 $(A_1R+RB_3)^2$ は

$$P_4R = \boxed{\text{メ}} + \boxed{\text{モ}} \sqrt{\boxed{\text{ヤ}}} \text{ のとき最小値 } \boxed{\text{ユ}} + \boxed{\text{ヨ}} \sqrt{\boxed{\text{ラ}}} \text{ をとる。}$$

(3) 点 R が P_2Q_2 上または P_4Q_4 上を動くとき、 $(A_1R+RB_3)^2$ の最小値

$$\text{は } \boxed{\text{リ}} + \boxed{\text{ル}} \sqrt{\boxed{\text{レ}}} \text{ である。}$$

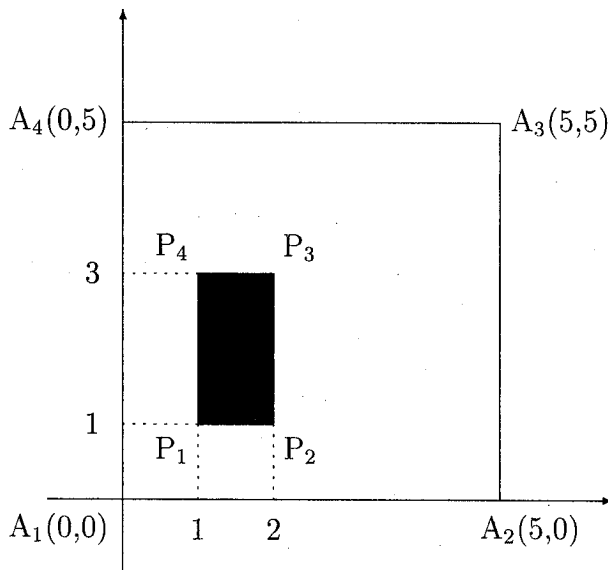


図1

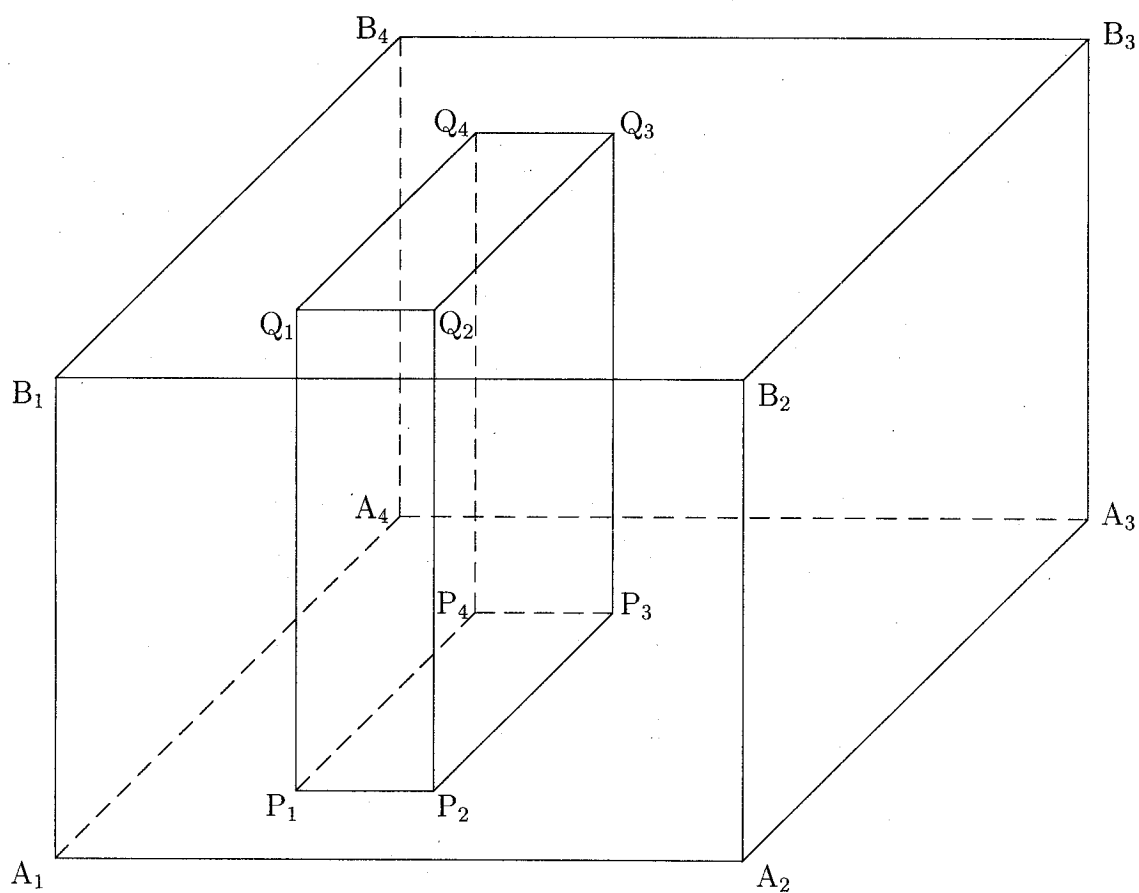


图 2