

1 xy 平面上で、連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25 \\ x - 7y + 25 \geq 0 \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

(1) 円 $x^2 + y^2 = 25$ と直線 $x - 7y + 25 = 0$ は 2 点 (ア , イ),

(ウ , エ) で交わる。ただし ア < ウ とする。

(2) 点 (x, y) が領域 D 内を動くとき、 $k = x + 2y$ とおく。

(i) $x =$ オ , $y =$ カ のとき、 k は最大値 キ をとる。

(ii) $x =$ ク $\sqrt{\text{ケ$ }, $y =$ コ $\sqrt{\text{サ$ のとき、 k は
最小値 シ $\sqrt{\text{ス$ をとる。

(3) 直線 $y = m(x + 7) + 1$ が領域 D と共有点をもつ m の値の範囲は

$$\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} \leq m \leq \frac{\text{タ}}{\text{チ}}$$

である。

2 次の放物線 C を考える。

$$C: y = -\frac{1}{\cos^2 \theta} x^2 + (\tan \theta) x$$

ただし $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ とする。

(1) 放物線 C の頂点を (X, Y) とすると,

$$X = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \sin 2\theta, \quad Y = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} (\cos 2\theta + \boxed{\text{ニ}})$$

である。 X, Y は

$$X^2 + \boxed{\text{ヌ}} Y^2 + \boxed{\text{ネ}} Y = 0$$

をみたす。

(2) x 軸と C が原点と異なる共有点 $(z, 0)$ をもつとする。 z は

$$\theta = \boxed{\text{ノ}}^\circ \text{ のとき, 最大値 } \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \text{ をとる。}$$

(3) θ が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ を動くとき, C が通る領域は,

$$x \neq \boxed{\text{フ}} \text{ のとき, } y \leq \boxed{\text{ヘ}} x^2 + \boxed{\text{ホ}} x + \frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$$

$$x = \boxed{\text{フ}} \text{ のとき, } y = \boxed{\text{ム}}$$

である。

3 正方形が 7 個、横に並んでいる。これらのすべての正方形を下図のように白または黒にぬる。

(1) 異なるぬり方は メ 通りある。

(2) 図 2 のように、黒が 5 個以上連続する部分があるぬり方は モ 通りある。

(3) 図 3 のように、黒が 4 個連続する部分があって 5 個以上連続しないぬり方は ヤ 通りある。

(4) 黒が 3 個連続する部分があって 4 個以上連続しないぬり方は ユ 通りある。

(5) 黒が 2 個連続する部分があって 3 個以上連続しないぬり方は ヨ 通りある。

(6) 黒が 2 個以上連続しないぬり方は ラ 通りある。

図 1



図 2



図 3

