

1

空間の点 $A(1, 1, 0)$, $B(1, -1, 0)$ の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$ とする。
ただし 位置ベクトルの基点は原点 $O(0, 0, 0)$ とする。

(1) 点 $C(2, 4, 0)$ の位置ベクトルは $\boxed{\text{ア}}\vec{a} + \boxed{\text{イ}}\vec{b}$ と表される。

(2) A, C を通る直線を $\vec{a} + t\vec{u}$ とベクトル表示したとき, 点 C に対する t の値が -3 ならば,

$$\vec{u} = \left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}, \boxed{\text{オ}}, 0 \right)$$

である。

(3) ベクトル $\overrightarrow{AC}$ と直交し大きさが等しく, x 成分が正であり, z 成分が 0 であるベクトルは, $(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}, 0)$ である。

(4) 点 $D(4, -2, 0)$ とするとき, 三角形 COD の面積は三角形 AOB の面積の $\boxed{\text{ク}}$ 倍である。

(5) 点 $E(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}}, \pm\sqrt{\boxed{\text{サ}}})$ の位置ベクトルの大きさは点 C の位置ベクトルの大きさに等しく, またベクトル $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DE}$ の大きさにも等しい。

2 x, y についての整式 $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + 2$ を F とする。

- (1) 座標平面上のすべての点 (x, y) に対して $F \geq 0$ となるための a, b に関する必要十分条件は

$$a^2 + \boxed{\text{シ}} ab + \boxed{\text{ス}} b^2 \leq \boxed{\text{セ}}$$

である。

- (2) 直線 $x + y = 1$ の上にあるすべての点 (x, y) に対して $F \geq 0$ となるための a, b に関する必要十分条件は

$$a^2 + \boxed{\text{ソ}} ab + \boxed{\text{タ}} b^2 + \boxed{\text{チ}} a + \boxed{\text{ツ}} b \leq \boxed{\text{テ}}$$

である。

- (3) 領域 $x^2 + y^2 \leq 1$ にあるすべての点 (x, y) に対して $F \geq 0$ となるための a, b に関する必要十分条件は

$$a^2 + \boxed{\text{ト}} ab + \boxed{\text{ナ}} b^2 \leq \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$$

である。

3 実数 a に対して $I(a) = a + 3 \int_0^2 x|x - a|dx$ とする。

(1) $I(a)$ の値は次で与えられる。

$$a \leq \boxed{\text{ネ}} \text{ ならば } I(a) = \boxed{\text{ノ}} a + \boxed{\text{ハ}}$$

$$\boxed{\text{ネ}} \leq a \leq \boxed{\text{ヒ}} \text{ ならば } I(a) = \boxed{\text{フ}} a^3 + \boxed{\text{ヘ}} a^2 + \boxed{\text{ホ}} a + \boxed{\text{マ}}$$

$$\boxed{\text{ヒ}} \leq a \text{ ならば } I(a) = \boxed{\text{ミ}} a + \boxed{\text{ム}}$$

(2) $I(a)$ は $a = \frac{\sqrt{\boxed{\text{メ}}}}{\boxed{\text{モ}}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{ヤ}} + \frac{\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}} \sqrt{\boxed{\text{ラ}}}$ をとる。