

1 (1) , , には, 下の選択肢の中から正しいものを1つ選べ。

a, b を正の整数とする。

(i) 「 $a + b < 3$ 」は, 「 $a^2 + b^2 < 6$ である」ための 。

(ii) 「 $a + b < ab + 1$ 」は, 「 $a \geq 2$ かつ $b \geq 2$ である」ための 。

(iii) 「 $ab < a + b$ 」は, 「 $a + b < 4$ である」ための 。

選択肢 :

- (a) 必要十分条件である
- (b) 必要条件であるが十分条件ではない
- (c) 十分条件であるが必要条件ではない
- (d) 必要条件でも十分条件でもない

(2) 長さ 2 の線分 AB の端点 A を中心として半径 1 の円 S を描く。円 S の半径 AC を, 線分 AB とのなす角 θ が

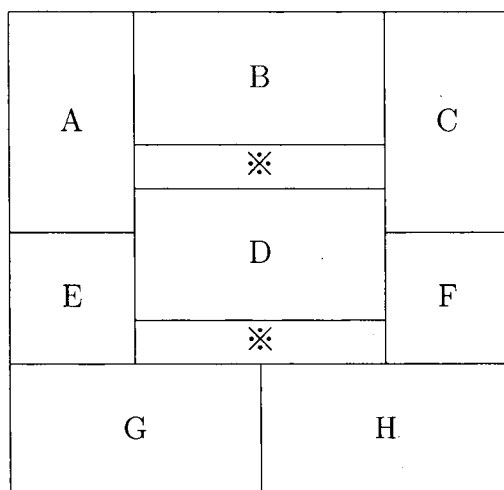
$$\cos \theta = -\frac{1}{3}, \quad 90^\circ < \theta < 180^\circ$$

となるように引き, 点 C における円 S の接線を ℓ とする。直線 AB と ℓ との交点を D, 点 B を通り AB に垂直な直線と ℓ との交点を E とする。このとき

$$AD = \text{ア}, \quad BE = \frac{\text{イ}}{\text{ウ}} \sqrt{\text{エ}}$$

$$\text{であり, 四角形 ABEC の面積は } \frac{\text{オ}}{\text{カ}} \sqrt{\text{キ}} \text{ である。}$$

- 2 図の A から H の 8 個の領域を青・赤・黄の 3 色で塗り分ける。ただし、※の領域には色を塗らず、辺または辺の一部で隣り合う領域には異なる色を塗るものとする。このような塗り方が全部で何通りあるか求めよう。



3 つの領域 A, D, E は互いに隣り合うので異なる色が塗られる。A に色 P が, D に色 Q が, E に色 R が, それぞれ塗られるとしよう。まず B に塗られる色で場合分けをする。

- (1) B に色 が塗られる場合は, 2 つの領域 (解答欄に 2 つマーク) を除いて塗る色が決まってしまう。その 2 つの領域の塗り方を考えると, この場合の塗り方は 通りである。

- (2) B に色 が塗られる場合は, C に塗る色が 2 通りある。それぞれを個別に考えることにより, この場合の塗り方は 通りである。

以上により A, D, E に塗られる色を固定した場合に $\left(\text{ク} + \text{ケ} \right)$ 通りの塗り方がある。A, D, E の塗り方は 通りであるから, 8 個の領域の塗り方は全部で 通りである。

3 x, y が $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ を満たすとき,

$$(2x - y + 2)^2 + (x - y - 1)^2$$

の最大値と最小値を求めよう。

$$\begin{cases} s = 2x - y + 2 \\ t = x - y - 1 \end{cases}$$

とおき, x, y を s, t を用いて表すと,

$$\begin{cases} x = s + \boxed{\text{シ}} t + \boxed{\text{ス}} \\ y = s + \boxed{\text{セ}} t + \boxed{\text{ソ}} \end{cases}$$

となる。このとき, 不等式 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ より, (s, t) の動く範囲は, 不等式

$$\begin{cases} s + \boxed{\text{タ}} \leq t \leq s + \boxed{\text{チ}} \\ \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} s + \boxed{\text{ト}} \leq t \leq \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} s + \boxed{\text{ナ}} \end{cases}$$

で表される領域になる。したがって $(2x - y + 2)^2 + (x - y - 1)^2$ は, $(x, y) = \left(\boxed{\text{二}}, \boxed{\text{ヌ}} \right)$ のとき最大値 $\boxed{\text{ネ}}$ をとり, $(x, y) =$

$\left(\boxed{\text{ノ}}, \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} \right)$ のとき最小値 $\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ をとる。