

次の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ヤ}}$ に当てはまる数値を答えよ．ただし π は円周率とする．

- 1** (1) p を実数定数とし，直線 $y = 2px + p^2 + 2p + 1$ を ℓ_p とおく．放物線

$$y = \boxed{\text{ア}}x^2 + \boxed{\text{イ}}x + \boxed{\text{ウ}}$$

は，どのような p に対しても直線 ℓ_p と接している．

- (2) $0 < a < \frac{\pi}{2}$ とし，

$$S(a) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x - a| \sin x \, dx$$

とおく． $S(a)$ は $a = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\pi$ のとき，最小値 $\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\pi$ をとる．

2 m を自然数, c_n を

$$c_n = \frac{n}{n+m} \quad (n=1,2,\dots)$$

とし, a_n を次の式をみたす数列とする.

$$a_0 = 1$$

$$a_n^2 - c_n a_{n-1} (a_n + c_n a_{n-1}) = 0, a_n > 0 \quad (n=1,2,\dots)$$

(1)

$$a_n = \left(\frac{\boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \right) \cdot c_n a_{n-1} \quad (n=1,2,\dots)$$

である.

(2) $m=2$ のときに a_n を最小にする n は $\boxed{\text{セ}}$ であり, $m=20$ のときに a_n を最小にする n は $\boxed{\text{ソ}}$ である.

(3) k 個から ℓ 個選ぶ組合せの数を ${}_k C_\ell$ で表す. $n=7, m=2$ のとき

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}} + \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}} \right)^7 = {}_k C_\ell \cdot a_7$$

とすると $k = \boxed{\text{タ}}, \ell = \boxed{\text{チ}}$ である. ただし, $2\ell \leq k, \ell \neq 1$ とする.

- 3 xy 平面上を x 軸上の点 $(1,0)$ から出発し，第1象限，第2象限，…と連続した軌跡を描きながら反時計回りに動く点がある．出発するときの時刻 t を 0 とし，各象限での運動の速度ベクトル $(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt})$ はそれぞれ

第1象限で $(-2a^2t, 2b^2t)$

第2象限で $(-2b^2t, -2a^2t)$

第3象限で $(2c^2t, -2d^2t)$

第4象限で $(2d^2t, 2c^2t)$

とする．

出発前に，硬貨を4回投げて a, b, c, d を決定する．その際，各試行に対し，表が出たら1，裏が出たら2と定める．一度定めた a, b, c, d の値はそのまま固定する．

- (1) 運動する点が同じ軌道を回り続ける確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ であり，原点に収束する

確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である．

- (2) $a = 1, b = 1, c = 2, d = 1$ の場合を考える．第1象限を通過し，最初に y 軸に達するときの時刻は $\boxed{\text{ニ}}$ である．続いて第2象限を通過し， x 軸

に達するときの時刻は $\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である．続いて第3象限を通過し， y 軸に

達するときの時刻は $\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である．続いて第4象限を通過し， x 軸に達

するときの時刻は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である．

- 4 xyz 空間において, ある物体が xz 平面上の点 $P(1, 0, 1)$ から, 各成分が負の方向ベクトル $\vec{k} = (-a, -b, -c)$ の方向に直進した. その物体は yz 平面上の点 Q で方向を変え,

$$\vec{l} = (-a \cos \theta + b \sin \theta, -a \sin \theta - b \cos \theta, -c)$$

の方向に直進し, xy 平面上の点 R を通過し, xz 平面上の点 S で止まった.

- (1) $a = 4, b = 2, c = 3, \theta = \frac{5}{4}\pi$ のとき, 点 R の x 座標は $\frac{\sqrt{\boxed{7}}}{\boxed{へ}}$ であり,

点 S の x 座標は $\frac{\boxed{ホ}}{\boxed{マ}}$ である.

- (2) $b = 1, c = 3, \theta = \pi$ のときを考える. 点 Q の z 座標が正, 点 R の y 座標が負である条件は $\boxed{ミ} < a < \boxed{ム}$ である. この範囲を a が動くとき, 点 R の x 座標, y 座標は

$$y = \frac{x + \boxed{メ}}{\boxed{モ}x + \boxed{ヤ}}$$

をみtas.