

問題 1 の解答は解答用紙 A (マーク用解答用紙の上に添付された白紙の解答用紙) に記せ. 解答用紙 A では, 式だけではなく, 解答の流れを文章を含めて適切に説明すること.

問題 2 ~ 4 の解答は, ア から ナ に当てはまる数値を, マーク用解答用紙にマークせよ. ただし ソ と タ には問題に指定された通りに番号で答えよ.

1 複素数平面上の 3 点 z_1, z_2, z_3 と, $0 < t < 1$ をみたす実数 t を考える. z_1 と z_2 を $t:1-t$ に内分する点を z_4 とし, z_4 と z_3 を $t:1-t$ に内分する点を Z_t で表す.

- (1) $z_1 = 0, z_2 = 1, z_3 = i$ のとき, t が $0 < t < 1$ の範囲を動くときの Z_t の軌跡を求め, 複素数平面上に図示せよ.
- (2) α, β を複素数とする. ただし $\alpha \neq 0$ とする. 複素数平面上の点 z に対し,

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

とおく. $w_i = f(z_i)$ ($i = 1, 2, 3$) とし, z_1, z_2, z_3 から Z_t を定めたのと同様にして w_1, w_2, w_3 から W_t を定める. このとき, $f(Z_t)$ の軌跡と W_t の軌跡が一致することを示せ.

- (3) $Z_t = x + yi$ と表したとき, その軌跡が

$$y = \frac{1}{2}x^2 \quad (-1 < x < 1)$$

となるような z_1, z_2, z_3 を求めよ.

- 2 $xy = 1, x > 0$ で決まる xy 平面上の曲線を C , $xy = 1, x < 0$ で決まる曲線を D とし, $a > 1$ とする. C 上の点 $P(a, \frac{1}{a})$ に最も近い D 上の点を $Q(b, \frac{1}{b})$, Q に最も近い C 上の点を $R(c, \frac{1}{c})$ とする.

- (1) $b = \boxed{\text{ア}} a^{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}}$ である.
 (2) 線分 PR と曲線 C で囲まれる部分の面積を S とすると

$$S = \frac{1}{2} \left(a^{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}} - a^{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}} \right) - \log a^{\boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}}}$$

である.

- (3) $R_0 = R$ とおく. 曲線 C 上の点 R_1 を, その点での C の接線の傾きが線分 PR_0 の傾きに等しくなるように定める. 以下帰納的に曲線 C 上の点 R_n を, その点での C の接線の傾きが, 線分 PR_{n-1} の傾きに等しくなるように定める. R_n の x 座標 x_n を R の x 座標 c を用いて $x_n = c^{t_n}$ と表すと

$$t_n = \frac{\boxed{\text{ク}}}{2 \boxed{\text{ケ}}^n} + \boxed{\text{コ}}$$

である.

3 ソ, タ には下記の選択肢の中から適当なものを選んで、その番号で答えよ.

列ベクトル

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

に対して,

$$A_{X,Y} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}, \quad \Delta_{X,Y} = x_1 y_2 - y_1 x_2$$

と定義する.

(1) 行列

$$B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

に対して

$$\Delta_{X,BY} + \Delta_{BX,Y} = \Delta_{X,Y} (\text{サ} a + \text{シ} b + \text{ス} c + \text{セ} d)$$

である.

(2) $\Delta_{X,BY} + \Delta_{BX,Y} = 0$ であり, 行列 $A_{X,Y}$ が逆行列をもつものとする. このとき

$$B^2 = \begin{pmatrix} \text{ソ} & \text{タ} \\ \text{タ} & \text{ソ} \end{pmatrix}$$

である.

選択肢:

- (1). 0, (2). 1, (3). -1, (4). $bc + a^2$, (5). $-bc - a^2$, (6). $bc - a^2$,
(7). $-bc + a^2$

4 赤，青，緑の玉がそれぞれ2個ずつ入った中の見えない袋がある．2人の人がそれぞれこのような袋を持ち1回に1個ずつ玉を取り出す．ただし取り出した玉はもとに戻さないものとする．

(1) 一方の人が6個の玉を全部取り出す取り出し方は， $\boxed{\text{チ}}$ 通りある．ただし同じ色の玉は区別しない．

(2) 2人の1回目に取り出した玉の色が同じであったとき，2人の2回目に取り出す玉の色がまた同じである確率は $\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である．

(3) 1回目も2回目も2人の取り出した玉の色が同じであったとき，3回目もまた同じである確率は $\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である．