

(2004年度)

3 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6 ページ, 3 問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が, 次の2, 3 ページにある。試験開始3 分前に監督からの指示があるので, それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみーにマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、ーにはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○		

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
—	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 一辺の長さが 1 の正十二角形 A を考える。

(1) $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\boxed{\text{ア}}} - \sqrt{\boxed{\text{イ}}} \right)$ である。

(2) A に外接する円の直径の長さは $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}} + \sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

ただし $\boxed{\text{ウ}} > \boxed{\text{エ}}$ とする。

(3) A の面積は $\boxed{\text{オ}} + \boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(4) A のある頂点から 1 つおきに選んだ 6 つの頂点からなる正六角形と、残りの 6 つの頂点からなる正六角形の重なった部分よりなる図形を B とすると、 B もまた正十二角形である。 B の一辺の長さは

$$\frac{1}{2} \left(\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}} \right)$$

であり、 B の面積は $\boxed{\text{サ}}$ である。

2 関数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + k$ を考える。ただし k は定数である。

(1) $f(x)$ は $x = \alpha$ で極大値 $\frac{\text{シ}}{\text{ス}} + k$ をとり, $x = \beta$ で極小値

$\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} + k$ をとる。ただし $\alpha = \text{タ}$, $\beta = \text{チ}$ である。

したがって x についての方程式 $f(x) = 0$ がただ一つの実数の解を

もつための条件は $k < \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$ または $k > \frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$ である。

(2) (1) で求めた α, β に対し, 座標平面上の 2 点 $P(\alpha, f(\alpha)), Q(\beta, f(\beta))$ を考える。線分 PQ の垂直二等分線の方程式を $y = g(x)$ とすると,

$g(x) = \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}x + \text{ネ} k$ である。

関数 $|f(x) - g(x)|$ は $x = \pm \sqrt{\frac{\text{ノ}}{\text{ハ}}}$ のとき極大値 $\frac{\text{ヒ}}{\text{フ}} \sqrt{\text{ヘ}}$

をとり, $x = \text{ホ}$ または $x = \pm \sqrt{\frac{\text{マ}}{\text{ミ}}}$ のとき極小値 ム

をとる。

3 0 と 1 だけからなる 2 つの列 $\mathbf{x} = x_1x_2\cdots x_n$, $\mathbf{y} = y_1y_2\cdots y_n$ に対し, $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ を $x_i \neq y_i$ となる i ($i = 1, 2, \dots, n$) の個数とする。例えば $\mathbf{x} = 11010$, $\mathbf{y} = 01110$ のとき $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2$ である。

(1) $\mathbf{x} = x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ (各 x_i は 0 または 1) とする。 $\mathbf{0} = 0000000$ に対し, $d(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = m$ となる $\mathbf{x}$ の総数を $N(m)$ とすると, $N(1) = \boxed{\text{メ}}$,

$N(2) = \boxed{\text{モ}}$, $N(3) = \boxed{\text{ヤ}}$ である。

(2) $\mathbf{x} = x_1x_2x_3x_4x_5$ (各 x_i は 0 または 1) とする。 $\mathbf{0} = 00000$, $\mathbf{y} = 11100$, $\mathbf{z} = 00111$ に対し, 条件 $d(\mathbf{x}, \mathbf{0}) \geq 3$, $d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 3$, $d(\mathbf{x}, \mathbf{z}) \geq 3$ をみたす $\mathbf{x}$ はただ一つ定まり,

$x_1 = \boxed{\text{あ}}$, $x_2 = \boxed{\text{い}}$, $x_3 = \boxed{\text{う}}$, $x_4 = \boxed{\text{え}}$, $x_5 = \boxed{\text{お}}$

である。

(3) $\mathbf{x} = x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7$ (各 x_i は 0 または 1) とする。 $\mathbf{0} = 0000000$, $\mathbf{u} = 1110000$, $\mathbf{v} = 0000111$ に対し, 条件

$$(*) \quad d(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = 4, \quad d(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \geq 3, \quad d(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \geq 3$$

をみたす $\mathbf{x}$ を考える。このうち $x_4 = 0$ となる $\mathbf{x}$ は $\boxed{\text{ユ}}$ 個あり,

$x_4 = 1$ となる $\mathbf{x}$ は $\boxed{\text{ヨ}}$ 個ある。したがって, 条件 $(*)$ をみたす

$\mathbf{x}$ は全部で $\boxed{\text{ラ}}$ 個ある。