

(2004年度)

1 数 学 問 題 (60分)

(この問題冊子は6ページ，3問である。)

「受験についての注意」「マークによる数値解答欄についての注意」が，次の2，3ページにある。試験開始3分前に監督からの指示があるので，それに従って読むこと。

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、次のページを開いてはならない。
2. 携帯電話・PHSの電源は切ること。
3. 試験開始前に、監督から指示があったら、解答用紙の右上の番号が自分の受験番号かどうかを確認し、氏名を記入すること。次に、解答用紙の右側のミシン目にそって、きれいに折り曲げてから、受験番号と氏名とが書かれた切片を切り離し、机上に置くこと。
4. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子が、表紙に記したページ数どおりそろっているかどうか確かめること。
5. 解答は解答用紙の各問の選択肢の中から正解と思うものを選んで、そのマーク欄をぬりつぶすこと。その他の部分には何も書いてはいけない。
6. 筆記具は、HBの黒鉛筆とHBのシャープペンシルに限る。万年筆・ボールペンなどを使用してはいけない。時計に組み込まれたアラーム機能、計算機能、辞書機能などを使用してはいけない。
7. マークをするとき、枠からはみ出したり、枠のなかに白い部分を残したり、文字や番号、枠などに○や×をつけたりしてはならない。
8. 訂正する場合は、消しゴムでていねいに消すこと。消しきらずはきれいに取り除くこと。
9. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしてはいけない。採点が不可能になる。
10. 試験時間中に退場することはできない。
11. 解答用紙を持ち帰ってはならない。
12. 問題冊子、計算用紙は必ず持ち帰ること。

◎ この問題冊子の余白を計算用紙として使用してよい。

マークによる数値解答欄についての注意

解答欄の各位の該当する数値の欄にマークせよ。その際、はじめの位の数が0のときも、必ずマークすること。

符号欄がもうけられている場合には、解答が負数の場合のみ－にマークせよ。(0または正数の場合は、符号欄にマークしない。)

分数は、既約分数で表し、分母は必ず正とする。また、整数を分数のかたちに表すときは、分母を1とする。

根号の内は、正の整数であって、2以上の整数の平方でわりきれないものとする。

解答が所定欄で表すことができない場合、あるいは二つ以上の答が得られる場合には、各位の欄ともZにマークせよ。(符号欄がもうけられている場合、－にはマークしない。)

〔解答記入例 7〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	

〔解答記入例 -26〕

符号	10 の 位												1 の 位											
－	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Z		
●	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○		

〔解答表示例〕

$-\frac{3}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-3}}{\boxed{2}}$ とする。

0 を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{0}}{\boxed{1}}$ とする。

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ を、 $\frac{\boxed{}}{\boxed{}} \sqrt{\boxed{}}$ にあてはめる場合 $\frac{\boxed{-1}}{\boxed{2}} \sqrt{\boxed{3}}$ とする。

1 $a \neq 0$ とする。直線

$$l_a : y = \frac{4a^2 - 1}{4a}(x - a) + a^2$$

を考える。

(1) $a \neq 0$ であるすべての a について、 l_a は定点 $\left(\boxed{\text{ア}}, \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \right)$ を通る。

(2) 放物線 $y = x^2$ と l_a との 2 つの交点の x 座標は $\boxed{\text{エ}} a$ および $\frac{-1}{\boxed{\text{オ}} a}$ である。この 2 つの交点を A, B とすると

$$AB = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \left(\boxed{\text{ク}} a + \frac{1}{a} \right)^2$$

である。

$a > 0$ とするとき、AB は $a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ で最小値 $\boxed{\text{サ}}$ をとる。

(3) 線分 AB の中点は放物線 $y = \boxed{\text{シ}} x^2 + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 上にある。

2 (1) a を実数とし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲で関数

$$f(\theta) = |\cos 2\theta + 1 - 2a|$$

を考える。

(i) $a \leq \frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ ならば, $f(\theta)$ は $\theta = \text{チ}^\circ$ のとき 最大値

ツ $a + \text{テ}$ をとる。

(ii) $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \leq a$ ならば, $f(\theta)$ は $\theta = \text{ト}^\circ$ のとき 最大値

ナ $a + \text{ニ}$ をとる。

(2) $b \geq 1$ とし, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ の範囲で関数

$$g(\theta) = |\cos 3\theta + (3 - 4b) \cos \theta|$$

を考える。

(i) $1 \leq b \leq \text{ヌ}$ ならば, $g(\theta)$ は $\cos \theta = \frac{\sqrt{\text{ネ}}}{\text{ノ}} b^{\frac{1}{2}}$ のとき

最大値 $\frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}} \sqrt{\text{フ}} b^{\frac{3}{2}}$ をとる。

(ii) $\text{ヌ} \leq b$ ならば, $g(\theta)$ は $\theta = \text{ヘ}^\circ$ のとき 最大値

ホ $b + \text{マ}$ をとる。

3 図のように、頂点を長さ1の辺で結んだ道路を考える。Pから出発し、同じ点を2度通らないようにしてQまで進む道順を経路と呼ぶことにする。

(1) 最短の経路の長さは で、そのような経路は 通りある。

(2) 最短経路の次に短い長さをもつ経路の長さは である。そのような経路の中で図の辺BAを点Bから点Aに向かって通過するものは 通りある。

(3) PからQに向かう経路の中ですべての頂点を通る経路の長さは である。これらの経路は辺CDを必ず通る。このように、これらの経路が必ず通る辺は辺CDを含めて 個ある。すべての頂点を通るPからQへの経路は 通りある。

